

地磁学与地电学

——第3章 磁力资料处理与正反演

陈 涛

地球物理学院
中国石油大学（北京）

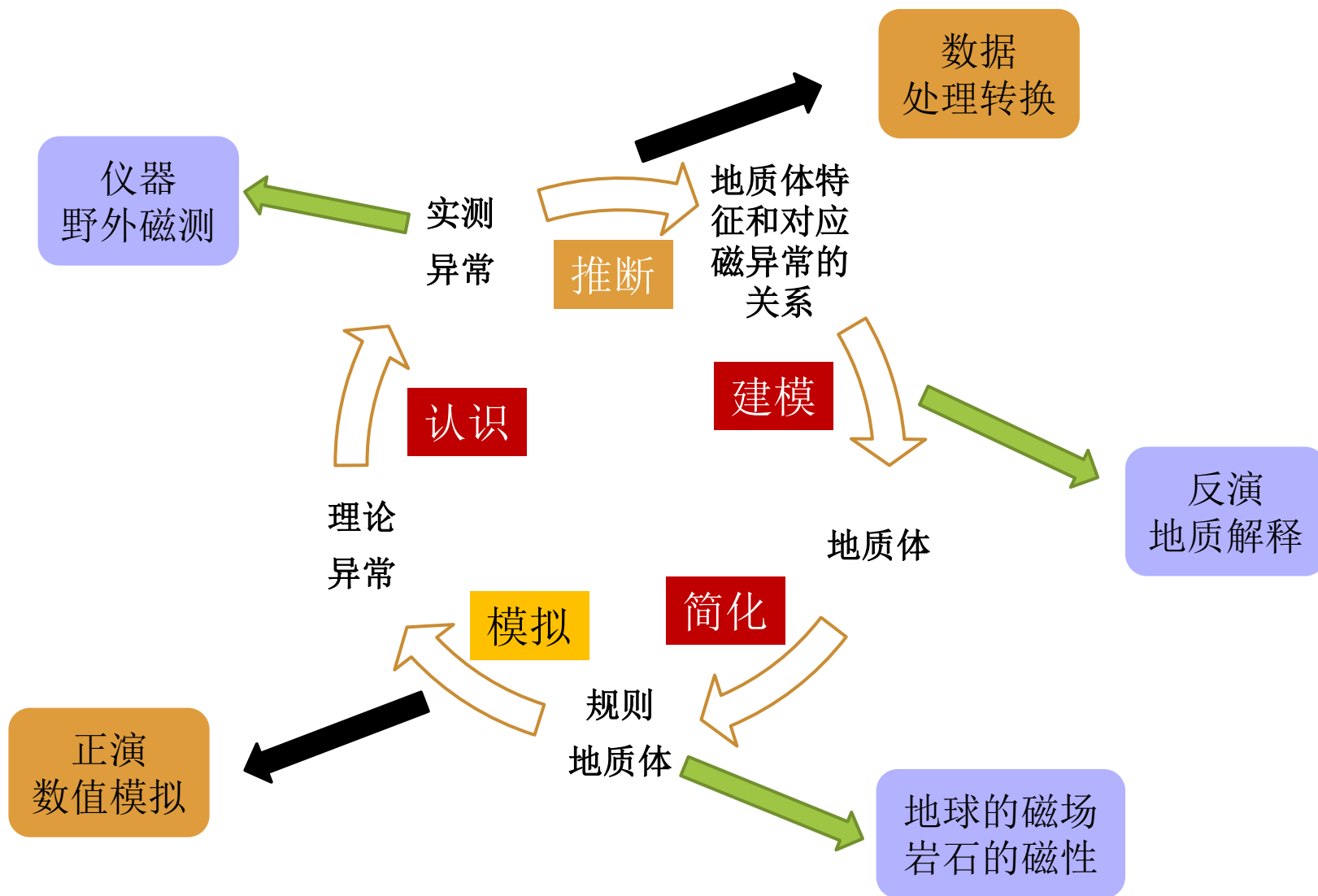
2024/4/2

课前测试

- 质子磁力仪的工作原理
- 磁测误差的来源
- 观测结果的预处理有几步？
- 为什么要做日变观测？
- 磁法勘探中用相对测量还是绝对测量
- 卫星磁测的优势



课前知识



关于编写程序



MathWorks® 产品 解决方案 学术 支持 社区 活动

帮助中心

搜索帮助中心

文档 示例 函数 App 视频 问答

试用版 产品更新

« 文档主页

» MATLAB

» 编程

» 实时脚本和函数

使用实时编辑器创建交互式课程材料

主要内容

计算 1 的 n 次方根意味着什么?

计算立方根

在复平面中显示根

计算高阶根

计算 1 的 n 次方根

计算 -1 , i 和 $-i$ 的 n 次方根

家庭作业

相关主题

使用实时编辑器创建交互式课程材料

下面是一个如何在课堂中使用实时脚本的示例。以下示例演示如何：

- 添加方程用于解释底层数学原理。
- 执行 MATLAB® 代码的各个节。
- 纳入绘图以实现可视化。
- 使用链接和图像提供支持信息。
- 使用 MATLAB 代码进行交互式试验。
- 使用其他示例添加深层概念理解。
- 使用实时脚本进行赋值。

计算 1 的 n 次方根意味着什么?

为简要讲解的概念添加方程以解释底层数学原理。要添加方程，请转至插入选项卡并点击方程按钮。然后，从方程选项卡中选择符号和结构。

现在我们探讨如何计算 1 的根。计算 1 的 n 次方根意味着什么? 1 的 n 次方根是方程 $x^n - 1 = 0$ 的解。

对于平方根，很容易计算，值为 $x = \pm\sqrt{1} = \pm 1$ 。对于高阶根，则要困难得多。要计算 1 的立方根，需要对方程 $x^3 - 1 = 0$ 求解。我们可以分解此方程以获取

$$(x-1)(x^2+x+1) = 0$$

因此，第一个立方根是 1。现在，我们可以使用二次公式获取第二个和第三个立方根。

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

计算立方根

要执行 MATLAB 代码的各个节，请转至实时编辑器选项卡，然后点击运行节按钮。输出与创建它的代码显示在一起。使用分节符按钮创建节。

在示例中， a 、 b 和 c 都等于 1。其他两个根基于下列公式计算得到：

```
a = 1 ; b = 1 ; c = 1;
roots = [];
roots(1) = 1;
roots(2) = (-b + sqrt(b^2 - 4*a*c))/(2*a); % Use the quadratic formula
roots(3) = (-b - sqrt(b^2 - 4*a*c))/(2*a);
```

https://ww2.mathworks.cn/help/matlab/matlab_prog/live-scripts-for-teaching.html

关于编写程序



C:\Users\DELL\Documents\MATLAB\Examples\R2022a\matlab\CreateInteractiveCourseMaterialsExample\CreateInteractiveCourseMaterialsExample.mlx

实时编辑器 插入 视图

新建 打开 保存 打印 比较 转至 查找 文本 代码 控件 任务 运行 运行并前进 运行到结束 运行 步进 停止

Create Interactive Course Materials Using the Live Editor

The following is an example of how to use live scripts in the classroom. This example shows how to:

- Add equations to explain the underlying mathematics.
- Execute individual sections of MATLAB code.
- Include plots for visualization.
- Use links and images to provide supporting information.
- Experiment with MATLAB code interactively.
- Reinforce concepts with other examples.
- Use live scripts for assignments.

What does it mean to find the n th root of 1?

Add equations to explain the underlying mathematics for concepts that you want to teach. To add an equation, go to the **Insert** tab and click the **Equation** button. Then, select from the symbols and structures in the **Equation** tab.

Today we're going to talk about finding the roots of 1. What does it mean to find the n th root of 1? The n th roots of 1 are the solutions to the equation $x^n - 1 = 0$.

For square roots, this is easy. The values are $x = \pm \sqrt{1} = \pm 1$. For higher-order roots, it gets a bit more difficult. To find the cube roots of 1 we need to solve the equation $x^3 - 1 = 0$. We can factor this equation to get

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0.$$

So the first cube root is 1. Now we can use the quadratic formula to get the second and third cube roots.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Calculate the Cube Roots

To execute individual sections of MATLAB code, go to the **Live Editor** tab and click the **Run Section** button. Output appears together with the code that created it. Create sections using the **Section Break** button.

In our case a , b , and c are all equal to 1. The other two roots are calculated from these formulas:

Zoom: 100% UTF-8 LF 脚本

关于编写程序



The screenshot shows the GitHub interface for the repository `GeoGoku/TeachingResources`. The file `DC1D.ipynb` is selected, showing its commit history and contributors. The notebook content is displayed, featuring a title `ResistivityLogging1D` and a description: "An interactive notebook application for learning the resistivity logging for different models". A list of bullet points describes the notebook's features, including plotting potential curves, layered-space models, and exploring parameter changes. A contact email `chentaosx@hotmail.com` is provided for bugs and improvements. The "Import packages" section shows the following code:

```
[1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import copy
%matplotlib inline
```

<https://github.com/GeoGoku/TeachingResources/blob/master/DC1D.ipynb>

关于编写程序



Product Solutions Open Source Pricing

Search Sign in Sign up

sustechgem / SimPEG_Demo Public

Notifications Fork 2 Star 0

Code Issues Pull requests Actions Projects Security Insights

main > SimPEG_Demo / 3D_TEM_FWD_Test / 3D_TEM_FWD_Test.ipynb Go to file

lypingWang Add files via upload Latest commit 55876c on Nov 3, 2020 History

1 contributor

1.69 MB Download

3D Forward Modeling of Time-domain Electromagnetic Data Using SimPEG

Bo Ouyang, Ke Wang, Dikun Yang (SUSTech)

This tutorial provides a template of 3D simulation of a TEM survey with a large loop source on the surface

How to run a Jupyter notebook from a remote server

Make sure jupyter notebook is installed on both the local and remote server

Step 1. Generate the configuration file

```
$ jupyter notebook --generate-config (non-root user)
$ jupyter notebook --generate-config --allow-config (root user)
```

Step 2. Generate hashed password

```
$ jupyter notebook password
Enter password:
Verify password:
```

https://github.com/sustechgem/SimPEG_Demo

目 录

地磁部分章节

第三章 磁力资料处理与正反演

1. 磁性体正演

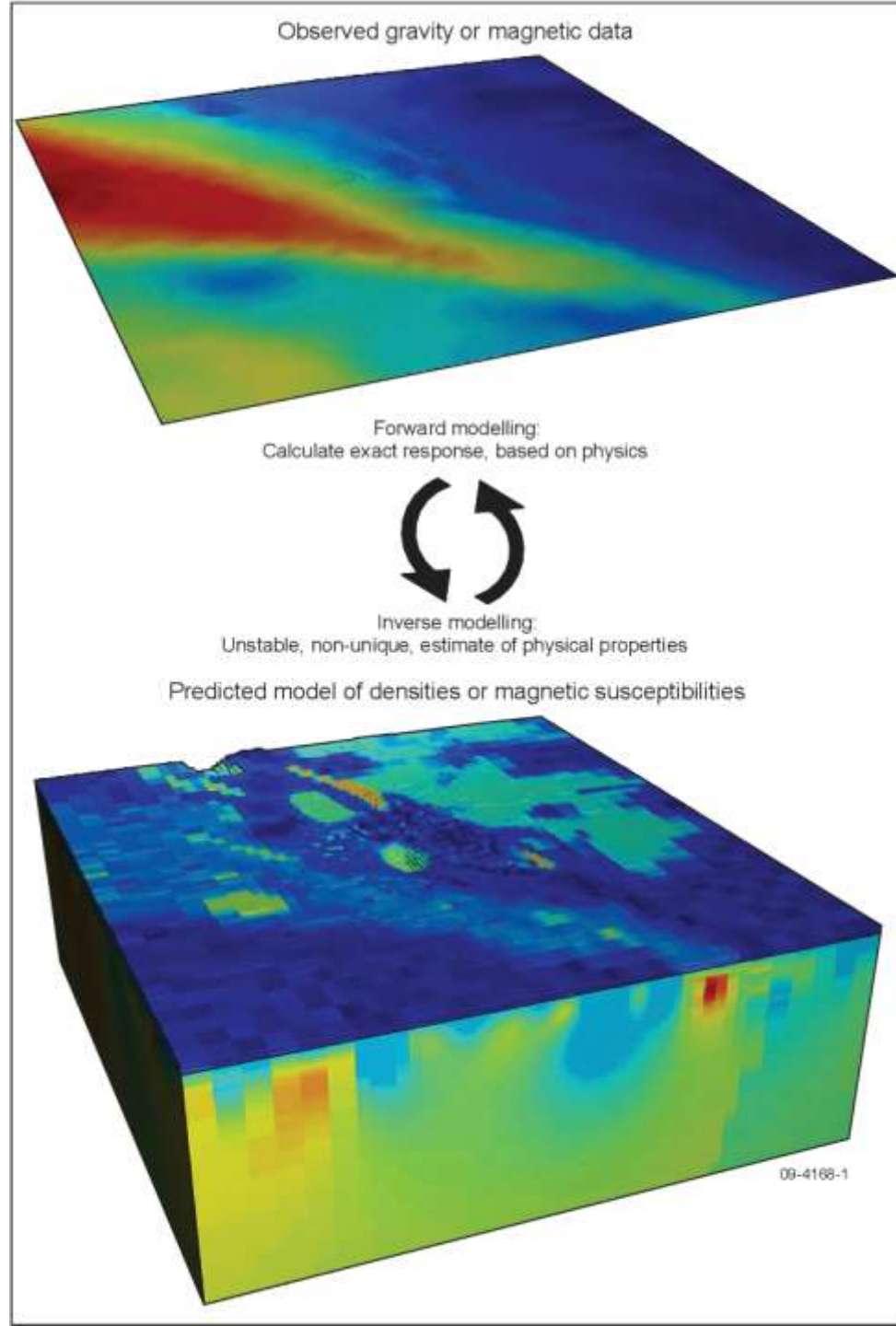
什么是正问题与反问题？

反问题： $m = G^{-1}d$



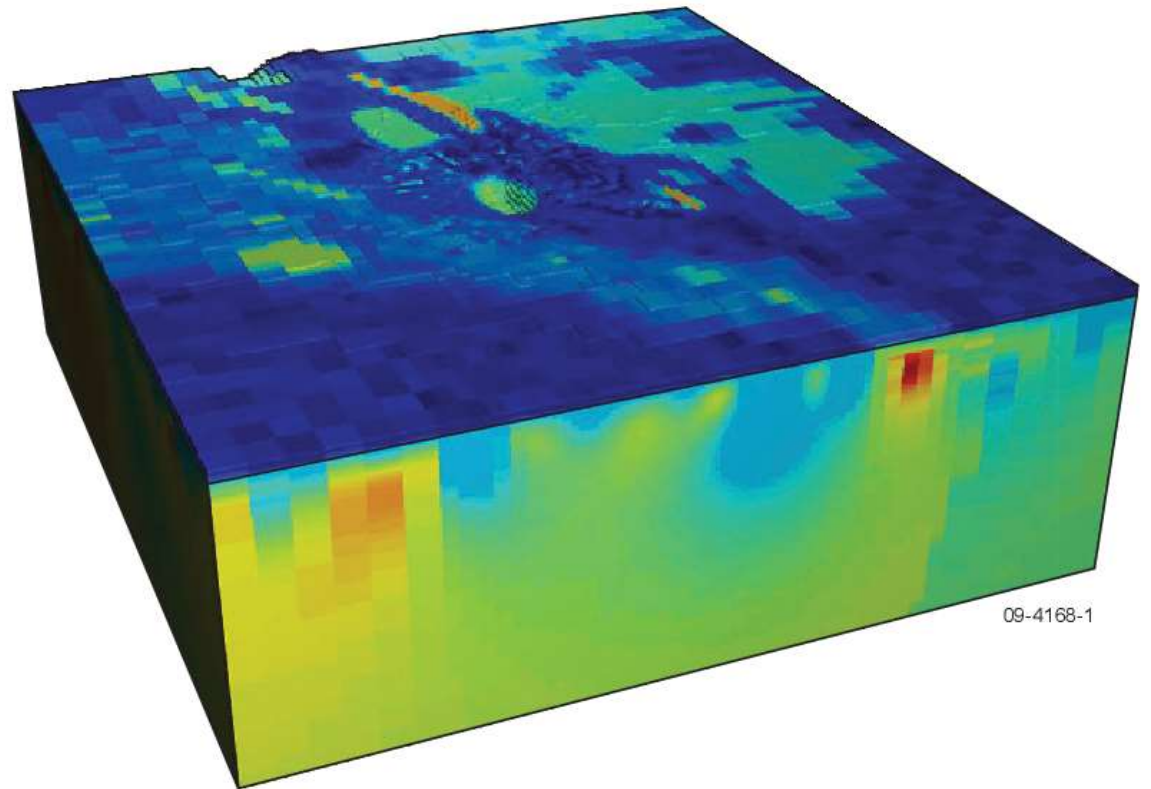
正问题： $d = Gm$

根据已知磁性体的**形态**、**磁性**和**空间**分布来计算其**磁场分布**的过程，称为**磁场正演问题**；而根据已知的**磁场分布**确定对应磁性体的**磁性参数**和**几何参数**，叫做**反演问题**。显然，正演问题是反演问题的基础，反问题是勘探的目的。



物性参数

几何参数

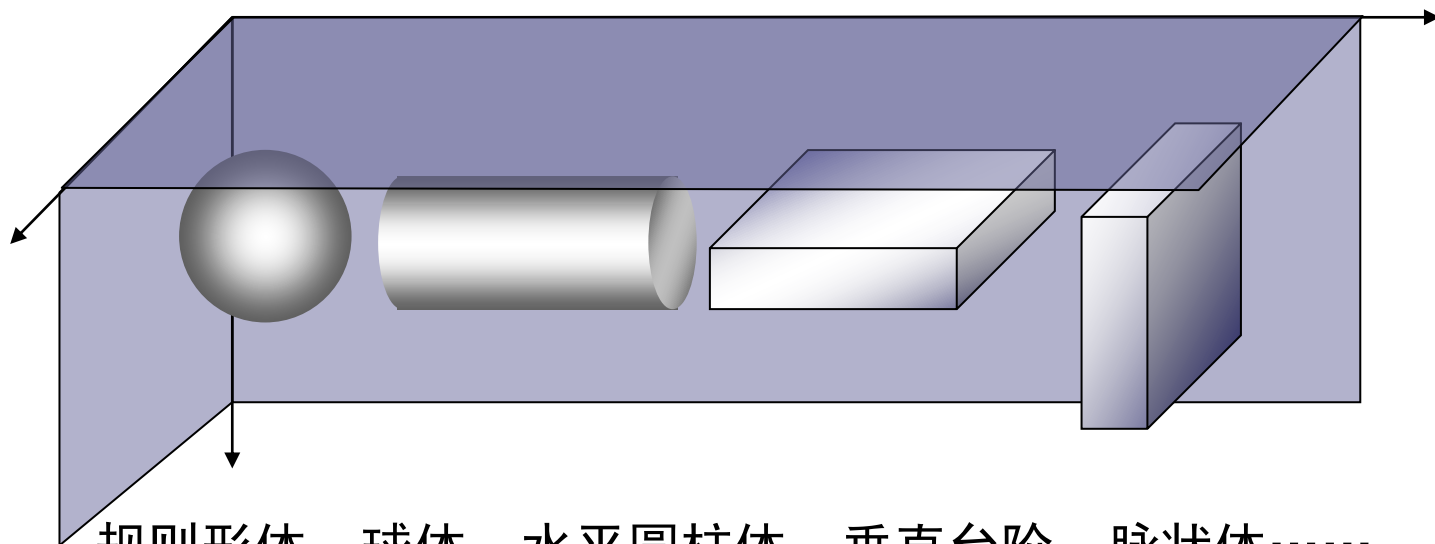


09-4168-1

在计算磁性体磁场中，常作如下**假设**：

- ✓ 磁体性为简单规则形体
- ✓ 磁性体是被均匀磁化的
- ✓ 只研究单个磁性体（孤立存在）
- ✓ 观测面是水平的
- ✓ 不考虑剩磁（或认为 M_i 与 M_r 方向一致）

除少数情况外，实际地质条件并不符合上述假设条件，从理论上讲，只有二次曲面形体才能被均匀磁化。



规则形体：球体、水平圆柱体、垂直台阶、脉状体……

1. 磁性体正演

■ 基本公式——基本方法

（一）空间域

- ✓ 以基本磁源出发导出规则形体磁场
 - 磁单极：水平磁单极线、板状体、台阶
 - 磁偶极子：球体、水平圆柱体、水平薄板状体
- ✓ 重磁位的泊松公式出发计算规则磁性体磁场
 - 引力位——泊松公式——磁位
- ✓ 基于磁偶极子体积分和磁荷面积分公式计算不规则形体的磁场
 - 不规则形体无解析解，采用数值解近似
- ✓ 利用有限元和边界元求微分方程导出复杂条件下的磁场
 - 求重磁位场的问题可归结为求解偏微分方程的边值问题

1. 磁性体正演

■ 基本公式——基本方法

(二) 频率域

- ✓ 直接对各种形体的空间域磁场表达式进行傅里叶变换
- ✓ 从一些基本形体的磁场理论频谱导出其它形体的磁场频谱

1. 磁性体正演

■ 基本公式

(一) 均匀磁化规则磁性体

规则形体：球体、水平圆柱体、板状体、长方体、断层、对称背斜等

求解析式：直接积分；泊松公式；表面磁荷积分法

(二) 均匀磁化或分区均匀磁化、任意形体磁性体

无解析式，采用近似的数值计算方法

- (1) 多边形面多面体（磁荷面磁场叠加）
- (2) 三角形面多面体（三角剖面，高斯求积公式）
- (3) 组合体近似法（如直立长方体）
- (4) 多边形截面法
- (5) 谱正演法

(三) 剩余磁化强度和磁化率为常量的任意形态强磁性体

外部磁场 H_0 、剩磁和磁化率已知，但因消磁影响，感应磁化强度未知
利用边界条件并解积分方程求表面磁荷面密度进而求得磁场

(四) 磁化率和剩余磁化强度各向异性、形体任意的磁性体

比较复杂,目前采用有限元和边界元方法进行研究

(五) 磁场模拟测定

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

质点的引力位：

$$dV = G \frac{dm}{r}$$

任意形态密度体的引力位（密度均匀）

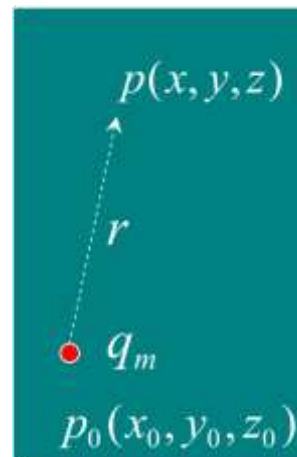
$$V = \iiint_V dV = G \iiint_V \frac{dm}{r} = G\rho \iiint_V \frac{1}{r} dv$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

磁单极 q_m 在 $P(x, y, z)$ 点处的磁位:

$$U_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m}{r} \quad (\text{A})$$



1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

磁单极磁位：

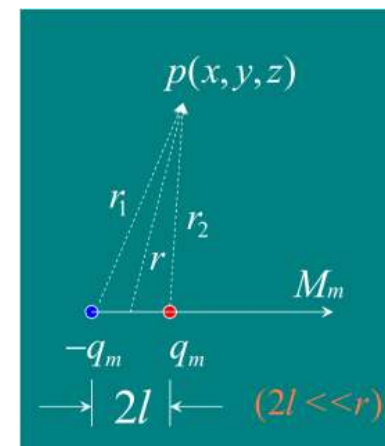
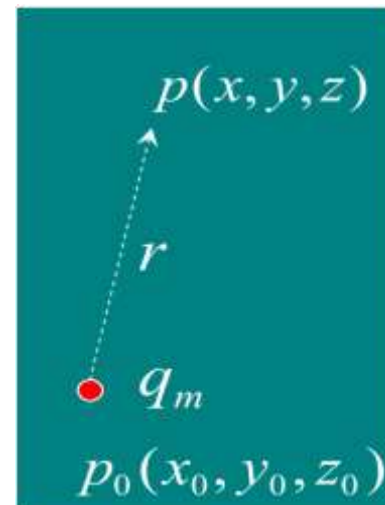
$$U_m = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m}{r} \quad (\text{A})$$

磁偶极磁位：

$$dU \approx \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{2lq_m}{r^2} \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{P_m}{r^2} \cos \theta$$

$$= \frac{1}{4\pi} \frac{m}{r^2} \cos \theta$$



记磁偶极矩： $\mathbf{P}_m = q_m 2\mathbf{l}$

$2\mathbf{l}$ 是 $-q_m \rightarrow +q_m$ 的向量

磁偶极子的磁矩 $\mathbf{m}$ 的定义：

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{P}_m}{\mu_0} \quad (\text{Am}^2)$$

磁化强度定义：单位体积的磁矩

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{V} \quad (\text{均匀磁化})$$

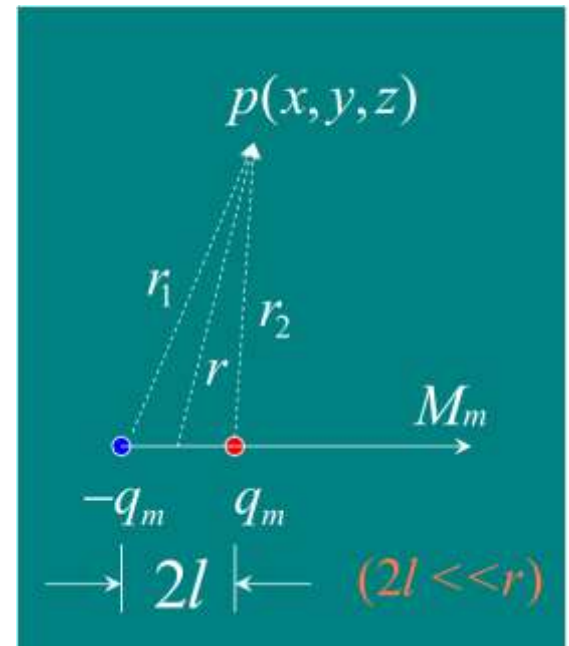
$$\mathbf{M} = \kappa \mathbf{H}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

磁偶极磁位：

$$\begin{aligned} dU &= \frac{1}{4\pi} \frac{m}{r^2} \cos \theta \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}{r^3} \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} dv \\ &= \frac{1}{4\pi} \frac{|\mathbf{M}| \cos \theta}{r^2} dv \end{aligned}$$

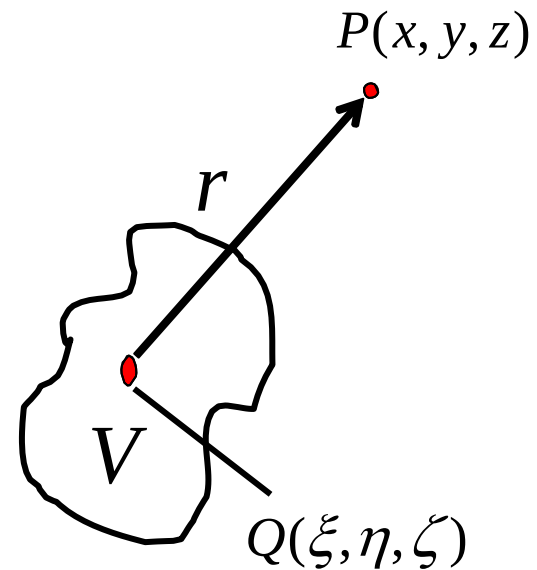


1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$\begin{aligned} U &= \iiint_V dU \\ &= \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} dv \\ &= -\frac{1}{4\pi} \iiint_V \mathbf{M} \cdot \nabla_P \left(\frac{1}{r} \right) dv \\ &= -\frac{1}{4\pi} \mathbf{M} \cdot \nabla_P \iiint_V \left(\frac{1}{r} \right) dv \end{aligned}$$



均匀磁化时

哈密尔顿算子:

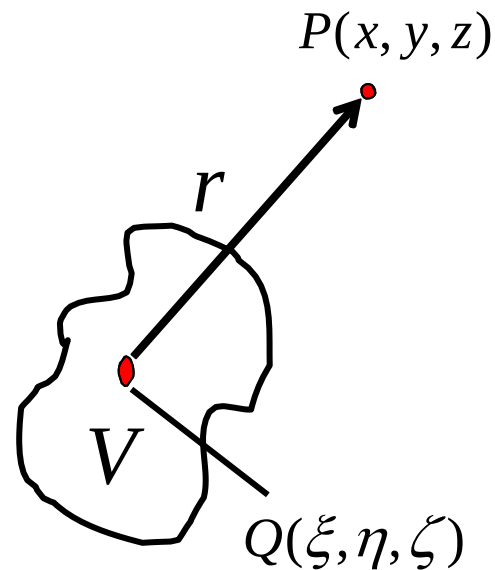
∇ nabla

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$$

$$\text{grad } a = \nabla a = \frac{\partial a}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial a}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial a}{\partial z} \mathbf{k} = \frac{\partial a}{\partial r} \mathbf{r}$$

$$\frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} = \mathbf{M} \cdot \left(\frac{\mathbf{r}}{r^3} \right)$$

$$\left(\frac{\mathbf{r}}{r^3} \right) = \nabla_Q \left(\frac{1}{r} \right) = -\nabla_P \left(\frac{1}{r} \right)$$



1. 磁性体正演

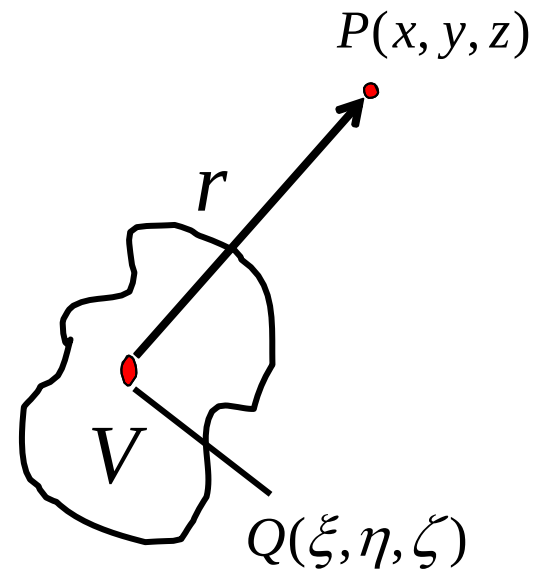
■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$V = G\rho \iiint_V \frac{1}{r} dv$$

$$U = -\frac{1}{4\pi} \mathbf{M} \cdot \nabla_P \iiint_V \left(\frac{1}{r} \right) dv$$

$$= -\frac{1}{4\pi G\rho} \mathbf{M} \cdot \nabla_P V$$



1. 磁性体正演

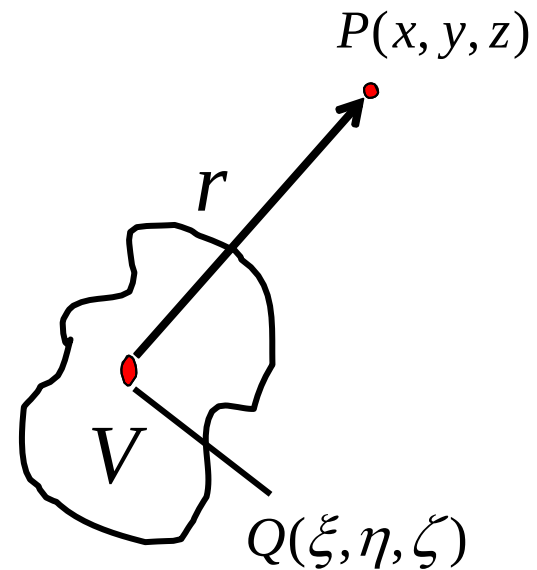
■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$U = -\frac{1}{4\pi G\rho} \mathbf{M} \cdot \nabla_P V$$

$$\mathbf{H} = -\nabla U$$

$$\mathbf{T} = -\mu_0 \nabla U$$



1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$\mathbf{T}_a = H_{ax}\mathbf{i} + H_{ay}\mathbf{j} + Z_a\mathbf{k}$$

$$\mathbf{M} = M_x\mathbf{i} + M_y\mathbf{j} + M_z\mathbf{k}$$

$$\nabla_P V = \frac{\partial V}{\partial x}\mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\mathbf{k}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为V的磁性体的磁位：

$$\begin{aligned} H_{ax} &= -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} \mathbf{M} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\nabla_P V) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} (M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j} + M_z \mathbf{k}) \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{k} \right) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} (M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j} + M_z \mathbf{k}) \cdot (V_{xx} \mathbf{i} + V_{yx} \mathbf{j} + V_{zx} \mathbf{k}) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} (M_x V_{xx} + M_y V_{yx} + M_z V_{zx}) \end{aligned}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$



黄大年

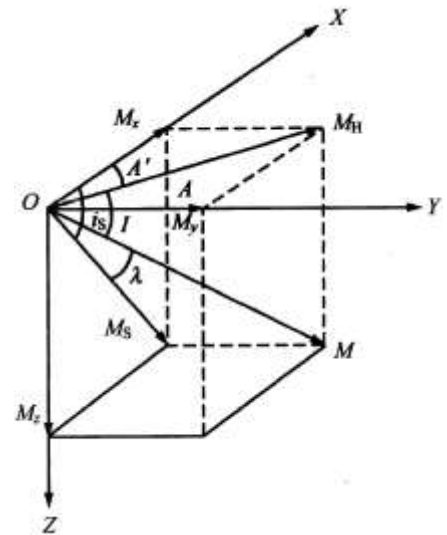
$$\mathbf{T}_a = H_{ax} \mathbf{i} + H_{ay} \mathbf{j} + Z_a \mathbf{k}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

若 $\cos\alpha_s$, $\cos\beta_s$, $\cos\gamma_s$ 分别为 M 的三个方向余弦:

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{M\mu_0}{4\pi G\rho} \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_s \\ \cos\beta_s \\ \cos\gamma_s \end{pmatrix}$$



$$\mathbf{T}_a = H_{ax}\mathbf{i} + H_{ay}\mathbf{j} + Z_a\mathbf{k}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——重磁位场的泊松公式

$\alpha_s = \beta_s = 90^\circ$, $\gamma_s = 0^\circ$, 则 $\cos\alpha_s = \cos\beta_s = 0$, $\cos\gamma_s = 1$

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{M\mu_0}{4\pi G\rho} \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{M\mu_0}{4\pi G\rho} \begin{pmatrix} V_{xz} \\ V_{yz} \\ V_{zz} \end{pmatrix}$$

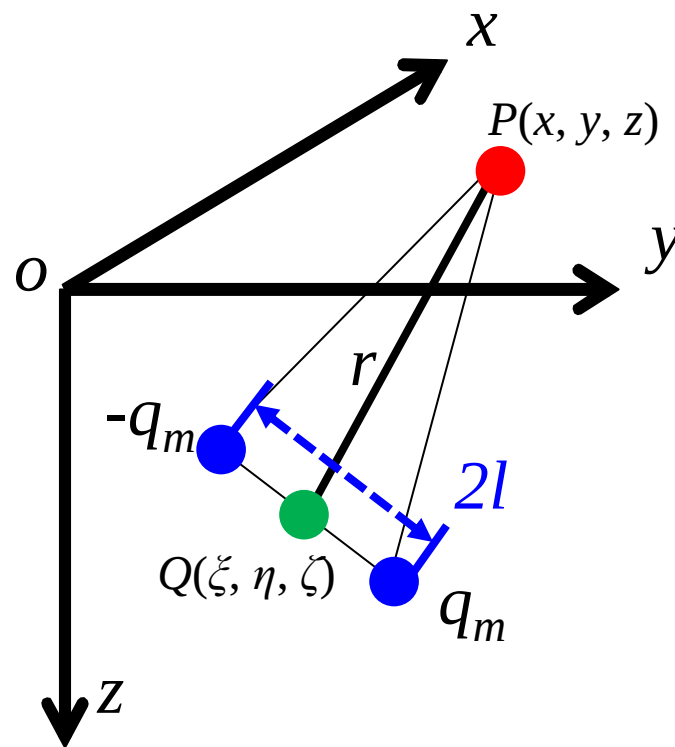
$$\mathbf{T}_a = H_{ax}\mathbf{i} + H_{ay}\mathbf{j} + Z_a\mathbf{k}$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁偶极子体积分

磁偶极磁位：

$$\begin{aligned}dU &= \frac{1}{4\pi} \frac{m}{r^2} \cos \theta \\&= \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}}{r^3} \\&= \frac{1}{4\pi} \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} dv\end{aligned}$$

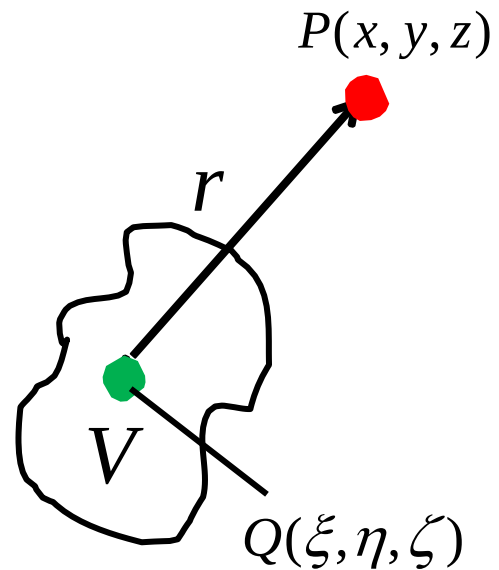


1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁偶极子体积分

体积为 V 的磁性体的磁位：

$$\begin{aligned} U &= \iiint_V dU \\ &= \frac{1}{4\pi} \iiint_V \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} dv \\ &= -\frac{1}{4\pi} \iiint_V \mathbf{M}_Q \cdot \nabla_P \left(\frac{1}{r} \right) dv \end{aligned}$$



1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁偶极子体积分

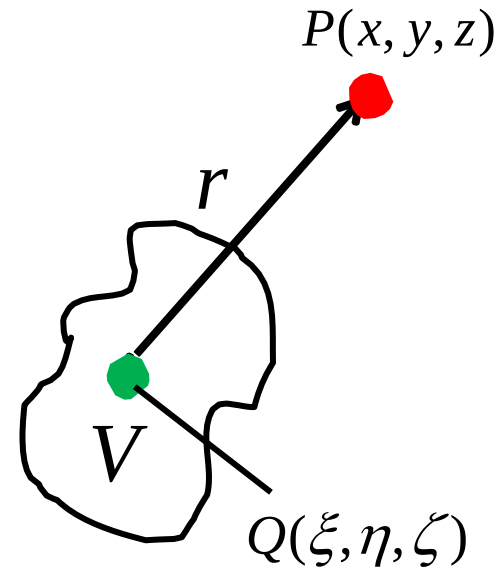
体积为 V 的磁性体的磁异常：

$$H_{ax} = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial x} = -\mu_0 \mathbf{i} \cdot \nabla_p U$$

$$H_{ay} = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial y} = -\mu_0 \mathbf{j} \cdot \nabla_p U$$

$$Z_a = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial z} = -\mu_0 \mathbf{k} \cdot \nabla_p U$$

$$T_a = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial t} = -\mu_0 \mathbf{t} \cdot \nabla_p U$$



$$\mathbf{T}_a = H_{ax} \mathbf{i} + H_{ay} \mathbf{j} + Z_a \mathbf{k} = T_a \mathbf{t}$$

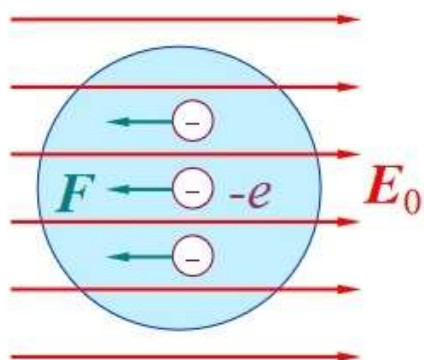
1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

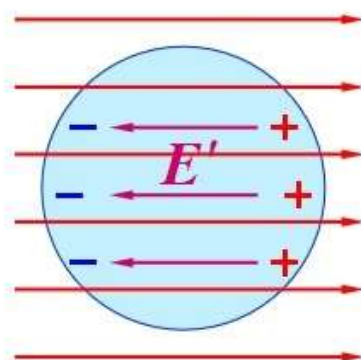
$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{V} \quad (\text{均匀磁化})$$

$$M = \frac{dm}{dv}$$

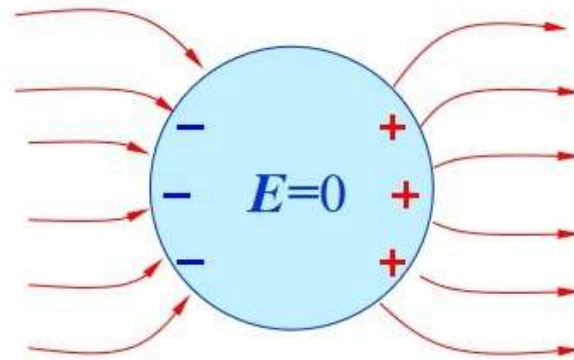
磁性体均匀磁化，体内无剩余磁荷，磁荷只分布在表面。



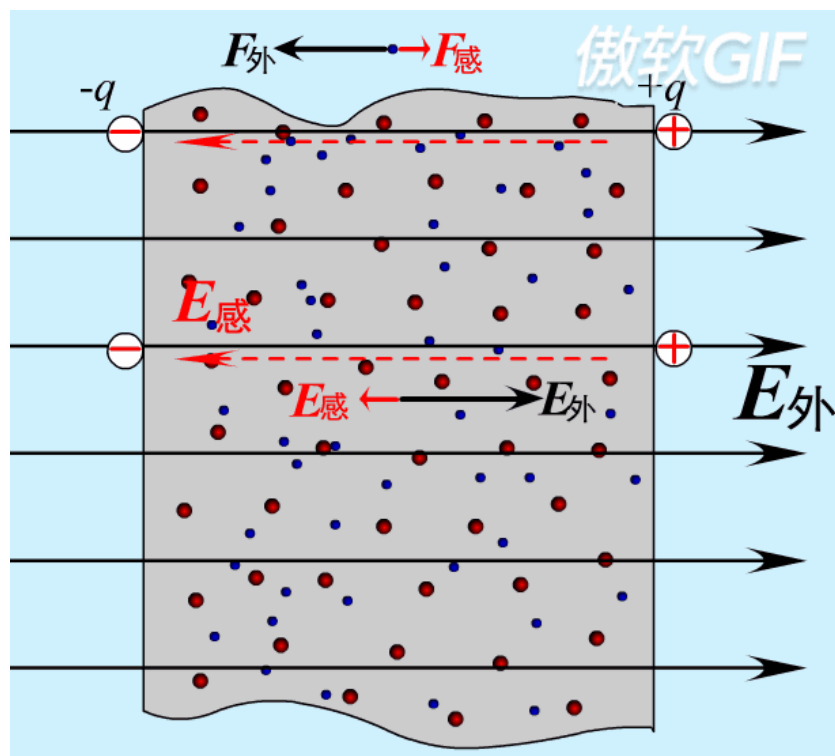
(a)



(b)



(c) 知乎@空山新雨后



电场高斯定理

在空间中任意选取一个闭合曲面（高斯面，由内向向外为正方向），电场在这个曲面上从内向外的通量等于被曲面包围的总电荷量除以真空中的介电常数。

积分形式

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

微分形式

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

若一个标量场在曲面内的体积分等于一个矢量场在曲面上的面积分，该标量场就是该矢量场的散度

well logging
(everything in borehole)

Maxwell Equations

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

zero frequency

low frequency

high frequency

steady state

quasi-static state

EM wave

mechanical wave

magnetic

gravity

potential field

electrical

electromagnetic (induction)

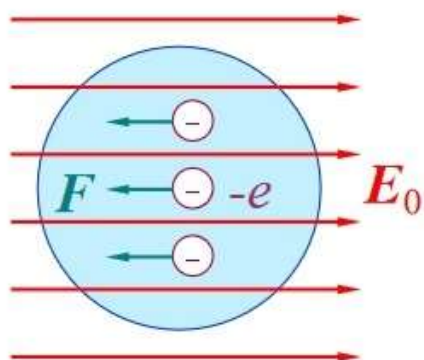
electrical conductivity/resistivity

electromagnetic (geo-radar)

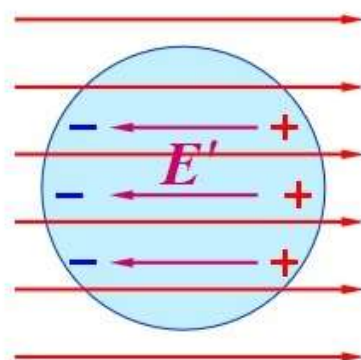
seismic

wave phenomena

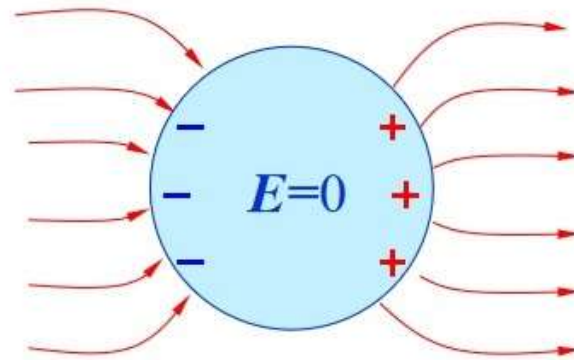
(杨迪琨, 南科大)



(a)



(b)



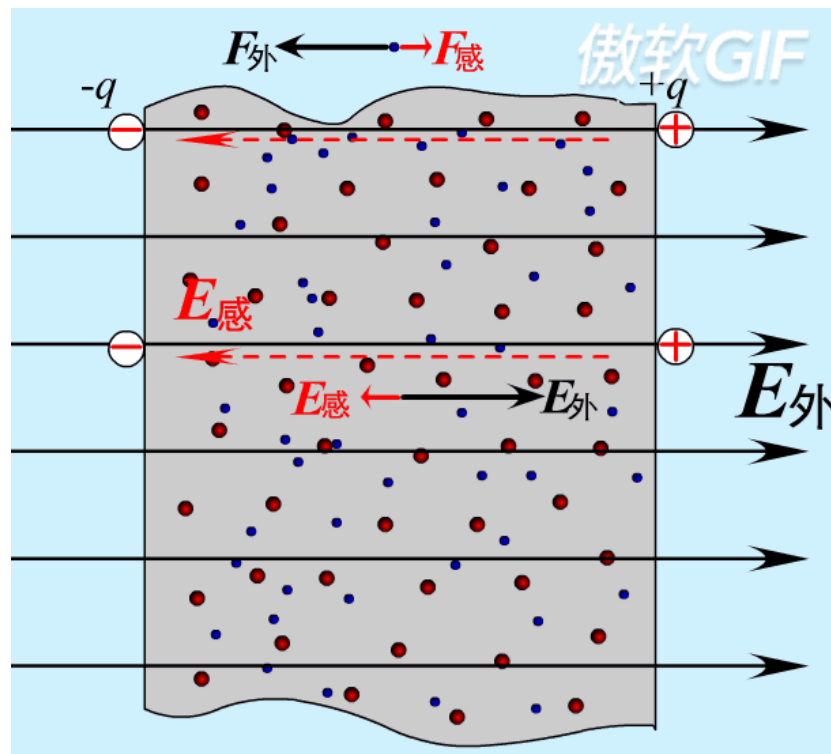
(c)

$$\oint_S E dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

电场强度 E 为0，
那么等式左边就是0

$$\epsilon_0 \neq 0$$

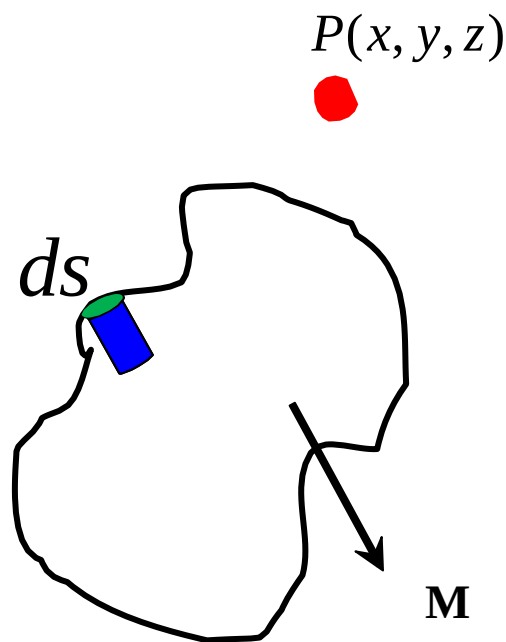
所以电荷和为0，即
电荷只分布在表面



1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

在磁性体表面取小圆
面积 ds ，以 $\mathbf{M}$ 方向为轴取
小圆柱体。



1. 磁性体正演

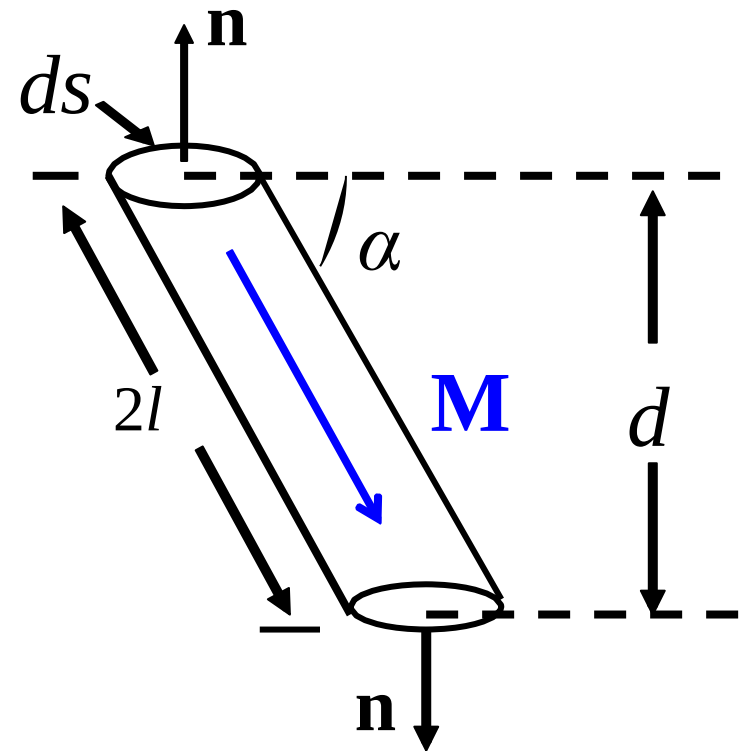
■ 基本公式——磁荷面积分

$$M = \frac{dm}{dv}$$

$$dm = M dv$$

$$= M \cdot d \cdot ds$$

$$= M \cdot 2l \sin \alpha \cdot ds$$



1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

磁荷：

设 σ_m 磁性体表面单位面积的磁荷量（即面磁荷密度）

$$dm = \frac{dP_m}{\mu_0}$$

$$dm = \frac{q_m \cdot 2l}{\mu_0} = \frac{\sigma_m \cdot ds \cdot 2l}{\mu_0}$$

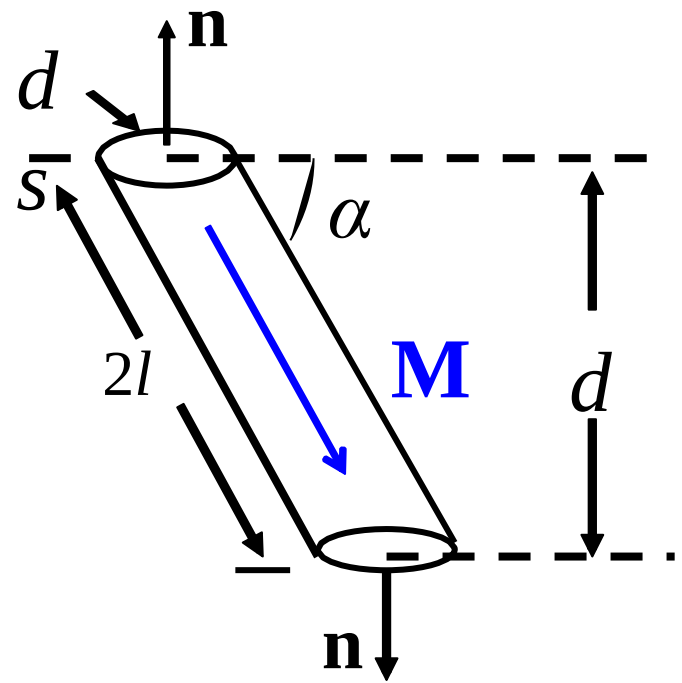
1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

$$\begin{cases} dm = M \cdot 2l \sin \alpha \cdot ds \\ dm = \frac{\sigma_m \cdot ds \cdot 2l}{\mu_0} \end{cases}$$

$$M \cdot 2l \sin \alpha \cdot ds = \frac{\sigma_m \cdot ds \cdot 2l}{\mu_0}$$

$$\sigma_m = \mu_0 M \cdot \sin \alpha$$

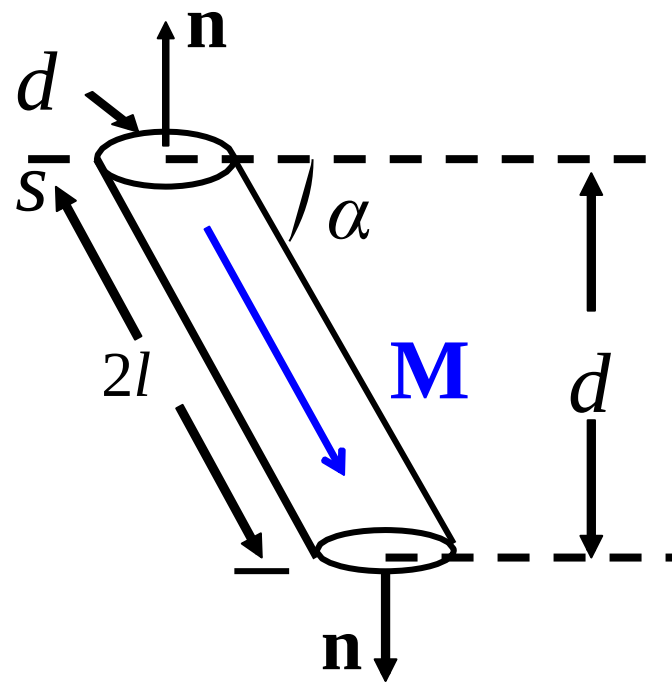


1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

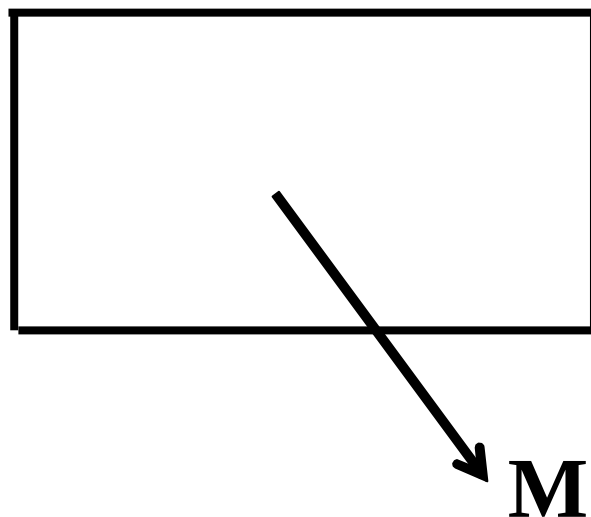
$$\begin{aligned}\sigma_m &= \mu_0 M \cdot \sin \alpha \\ &= \mu_0 M_n\end{aligned}$$

即面磁荷密度：与磁化强度在面法线上的投影成正比关系。



1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

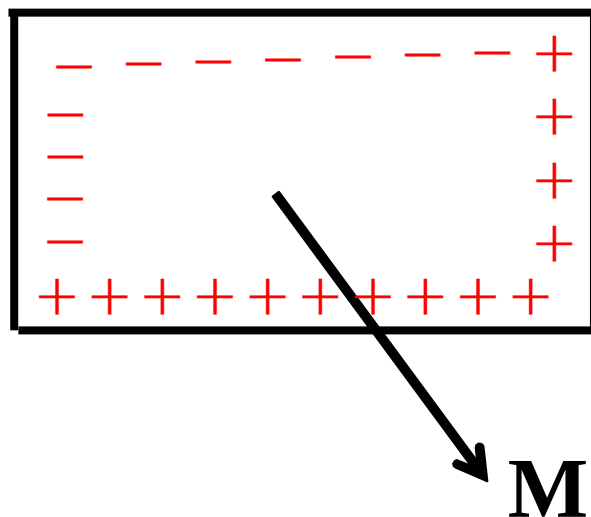


$$\sigma_m = \mu_0 M_n$$

面磁荷密度与磁化强度在面法线上的投影成正比关系。

1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分



$$\sigma_m = \mu_0 M_n$$

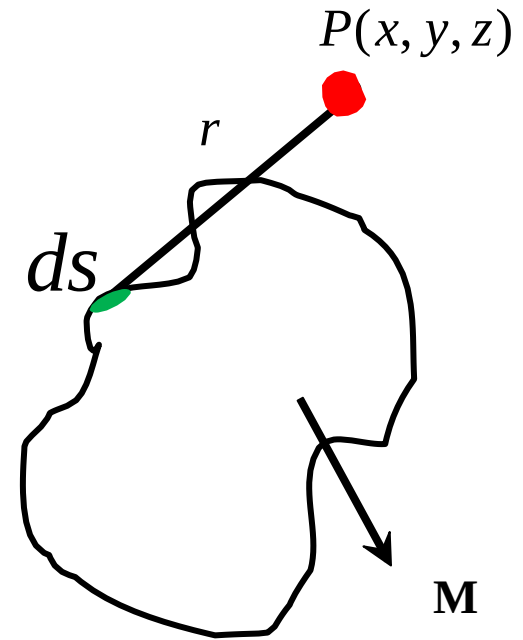
面磁荷密度与磁化强度在面法线上的投影成正比关系。

1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

小面元 ds 上磁荷在任一点 P 产生的磁位

$$\begin{aligned} dU &= \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m}{r} \\ &= \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{\sigma_m \cdot ds}{r} \\ &= \frac{M_n}{4\pi r} ds \end{aligned}$$

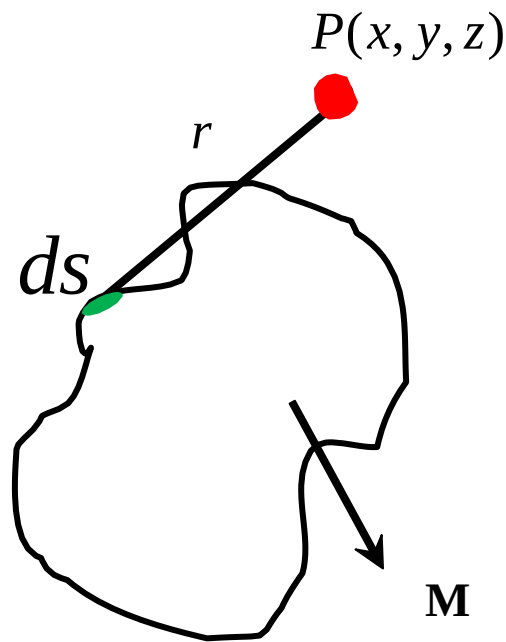


1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

均匀磁化的任意形态
磁性体在 P 点产生的磁位

$$\begin{aligned} U &= \iint_s dU \\ &= \frac{1}{4\pi} \iint_s \frac{M_n}{r} ds \end{aligned}$$



凡是由一些平表面围成的形体，每个面的 M_n 是常量，故用面积分公式计算其磁场是方便的。

$$U = -\frac{1}{4\pi} \iiint_V \mathbf{M}_Q \cdot \nabla_P \left(\frac{1}{r} \right) dv$$

$$\operatorname{div}_Q \left(\frac{\mathbf{M}_Q}{r} \right) = \frac{1}{r} \operatorname{div}_Q \mathbf{M}_Q + \mathbf{M}_Q \cdot \nabla_Q \left(\frac{1}{r} \right)$$

$$\mathbf{M}_Q \cdot \nabla_Q \left(\frac{1}{r} \right) = \operatorname{div}_Q \left(\frac{\mathbf{M}_Q}{r} \right) - \frac{1}{r} \operatorname{div}_Q \mathbf{M}_Q$$

$$U = \frac{1}{4\pi} \int_V \mathbf{M}_Q \cdot \nabla_Q \left(\frac{1}{r} \right) dv = \frac{1}{4\pi} \int_V \operatorname{div}_Q \left(\frac{\mathbf{M}_Q}{r} \right) dv - \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{1}{r} \right) \operatorname{div}_Q \mathbf{M}_Q dv$$

格林定理

$$\int_V \operatorname{div}_Q \left(\frac{\mathbf{M}_Q}{r} \right) dv = \int_S \frac{\mathbf{M}_Q \cdot \mathbf{n}_Q}{r} dS$$

S 为包围磁性体的表面； $\mathbf{n}_Q$ 为 S 面 Q 点的外法线方向

$$U = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{M}_Q \cdot \mathbf{n}_Q}{r} dS - \frac{1}{4\pi} \int_V \operatorname{div}_Q \mathbf{M}_Q \cdot \frac{1}{r} dv$$

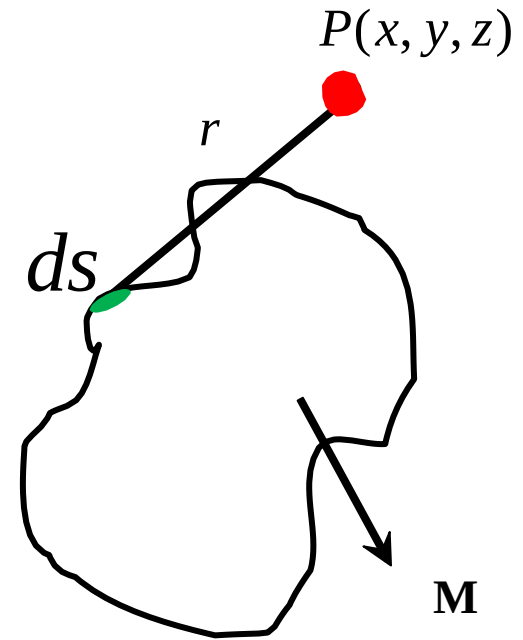
当均匀磁化时， $\mathbf{M}_Q = \mathbf{M}$ 为常矢量， $\operatorname{div}_Q \mathbf{M}_Q = 0$

$$U = \frac{1}{4\pi} \int_S \frac{\mathbf{M}_Q \cdot \mathbf{n}_Q}{r} dS$$

1. 磁性体正演

■ 基本公式——磁荷面积分

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{ax} = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial x} = -\mu_0 \mathbf{i} \cdot \nabla_p U \\ H_{ay} = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial y} = -\mu_0 \mathbf{j} \cdot \nabla_p U \\ Z_a = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial z} = -\mu_0 \mathbf{k} \cdot \nabla_p U \\ T_a = -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial t} = -\mu_0 \mathbf{t} \cdot \nabla_p U \end{array} \right.$$



1. 磁性体正演

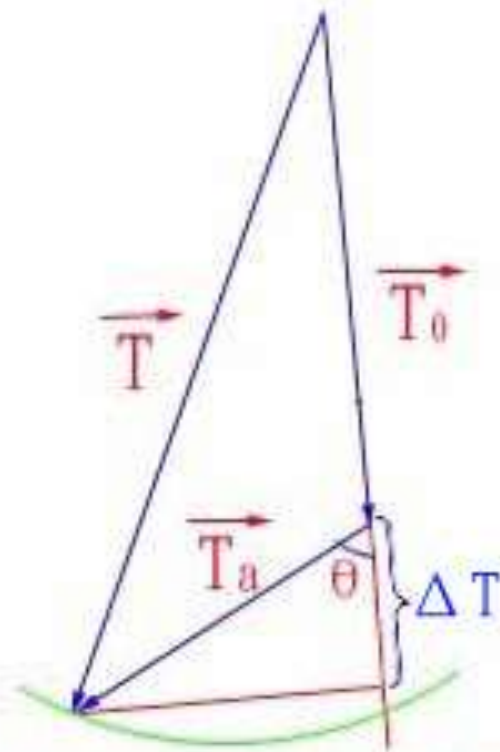
■ ΔT 的物理意义及其计算

磁异常磁感应强度矢量 $\mathbf{T}_a$ 是磁感应强度 $\mathbf{T}$ 与正常地磁感应强度 $\mathbf{T}_0$ 的矢量差，即：

$$\mathbf{T}_a = \mathbf{T} - \mathbf{T}_0$$

ΔT :总磁场强度 $\mathbf{T}$ 与正常地磁场 $\mathbf{T}_0$ 的模量差：

$$\Delta T = |\mathbf{T}| - |\mathbf{T}_0|$$



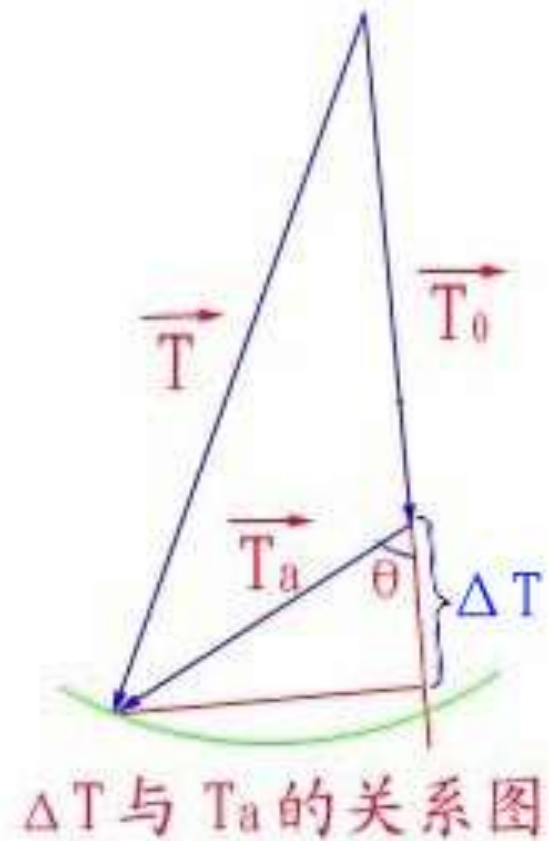
ΔT 与 T_a 的关系图

1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

$$|\mathbf{T}_a| \ll |\mathbf{T}_0|$$

$$\begin{aligned}\Delta T &= |\mathbf{T}| - |\mathbf{T}_0| \\ &\approx |\mathbf{T}_a| \cos \theta \\ &= \mathbf{T}_a \cos(\mathbf{T}_a, \mathbf{t}_0) \\ &= \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{t}_0\end{aligned}$$

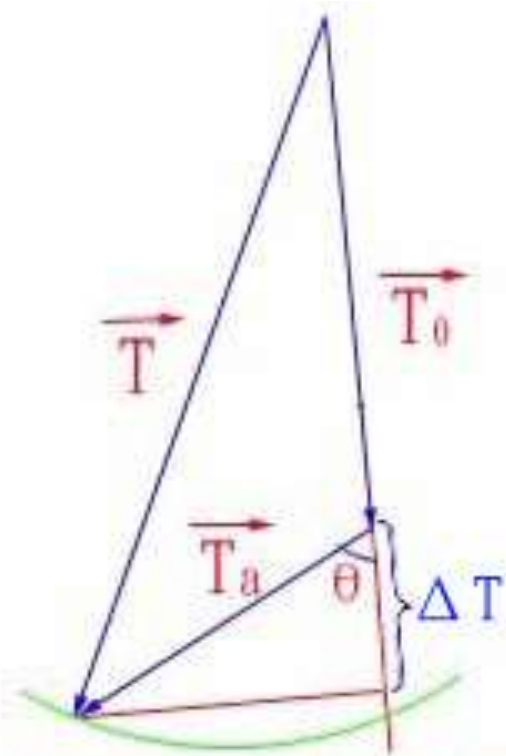


1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

$$\Delta T = |\mathbf{T}| - |\mathbf{T}_0| \approx |\mathbf{T}_a| \cos \theta$$

ΔT 就和 Z_a 、 H_{ax} 、 H_{ay} 的意义一样，都是 $\mathbf{T}_a$ 在某个方向上的分量。



ΔT 与 T_a 的关系图

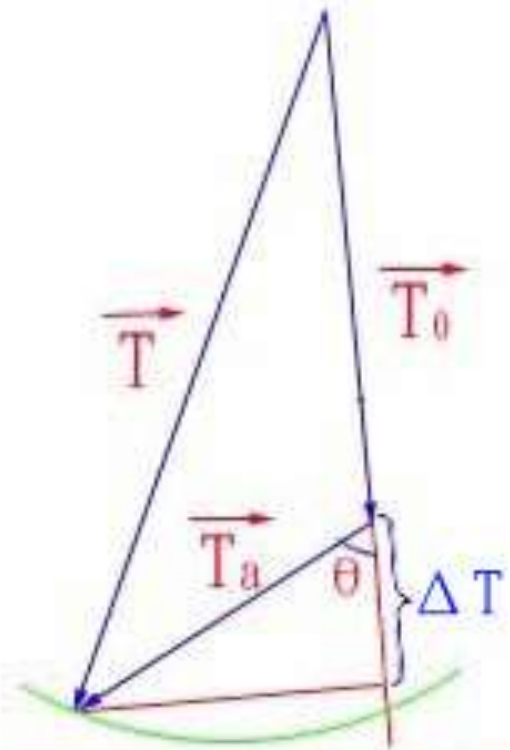
1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

$$\Delta T = |\mathbf{T}| - |\mathbf{T}_0| \approx |\mathbf{T}_a| \cos \theta$$

$$\mathbf{T}_a = H_{ax} \mathbf{i} + H_{ay} \mathbf{j} + Z_a \mathbf{k}$$

$$\Delta T \approx \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{t}_0$$



ΔT 与 T_a 的关系图

1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

$$\mathbf{T}_a = H_{ax}\mathbf{i} + H_{ay}\mathbf{j} + Z_a\mathbf{k}$$

$$\Delta T \approx \mathbf{T}_a \cdot \mathbf{t}_0$$

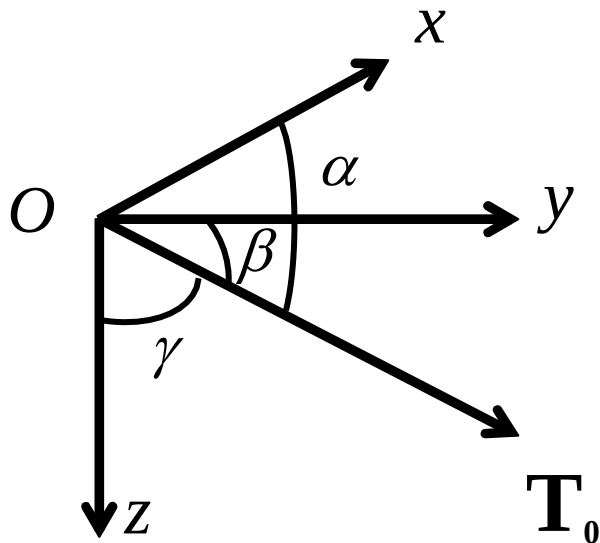
$$= \left(H_{ax}\mathbf{i} \cdot \mathbf{t}_0 + H_{ay}\mathbf{j} \cdot \mathbf{t}_0 + Z_a\mathbf{k} \cdot \mathbf{t}_0 \right)$$

$$= H_{ax} \cos \alpha + H_{ay} \cos \beta + Z_a \cos \gamma$$

1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

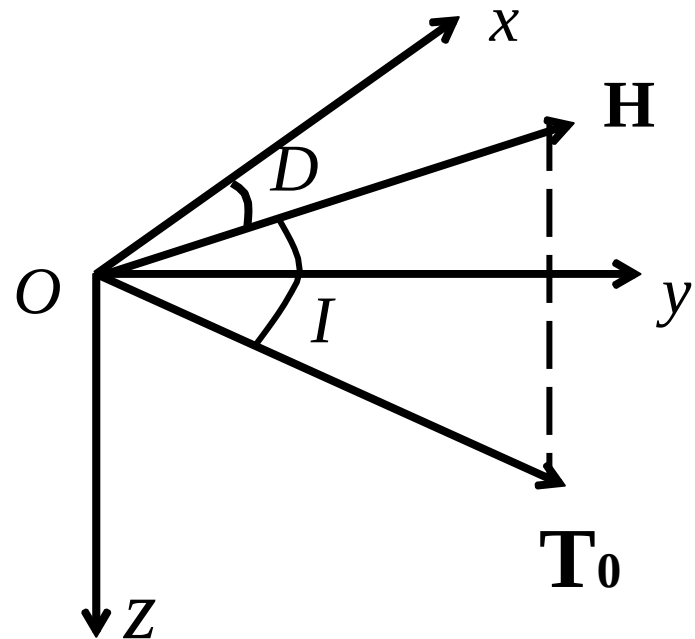
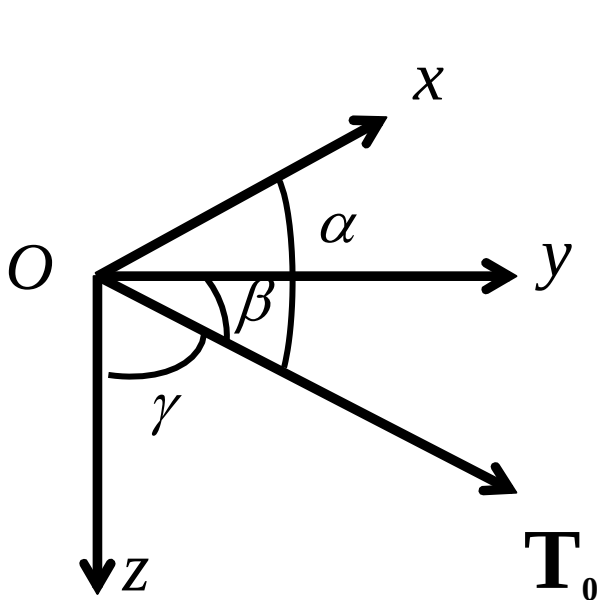
$$\Delta T = H_{ax} \cos \alpha + H_{ay} \cos \beta + Z_a \cos \gamma$$



1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

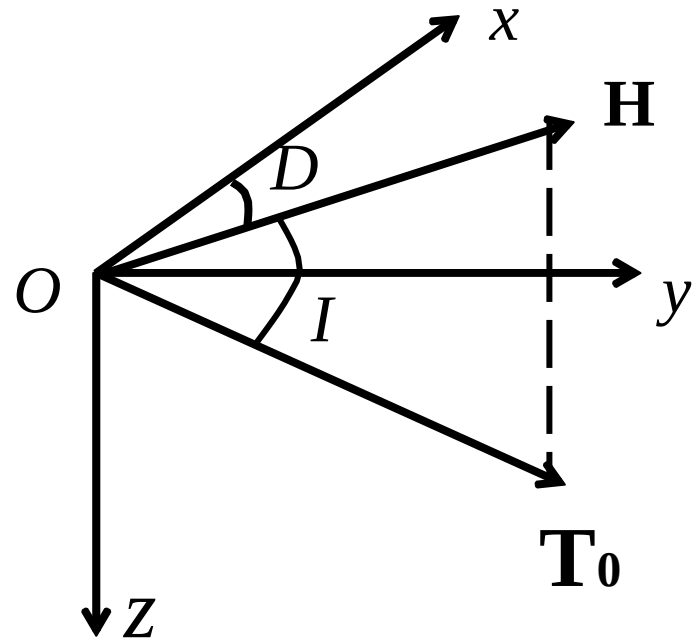
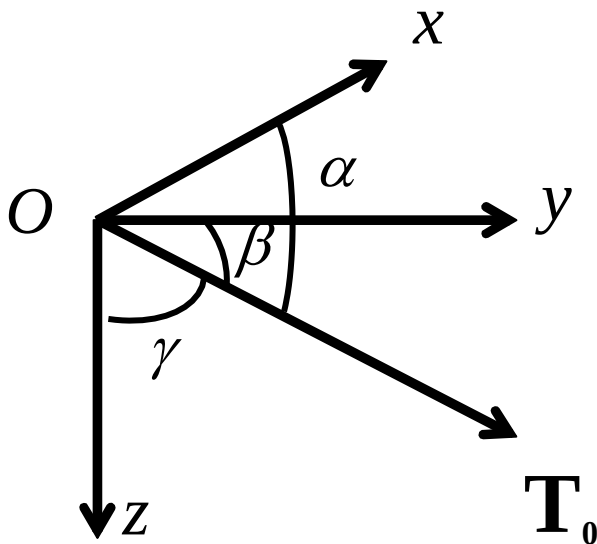
$$\Delta T = H_{ax} \cos \alpha + H_{ay} \cos \beta + Z_a \cos \gamma$$



1. 磁性体正演

■ ΔT 的物理意义及其计算

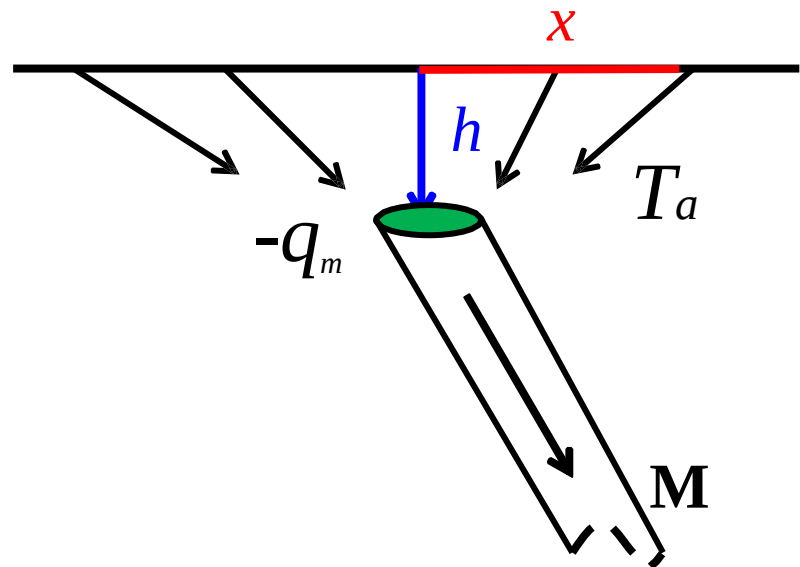
$$\begin{aligned}\Delta T &= H_{ax} \cos \alpha + H_{ay} \cos \beta + Z_a \cos \gamma \\ &= H_{ax} (\cos I \cos D) + H_{ay} (\cos I \sin D) + Z_a \sin I\end{aligned}$$



1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—单极的磁场

$$U = -\frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m}{r}$$



1. 磁性体正演

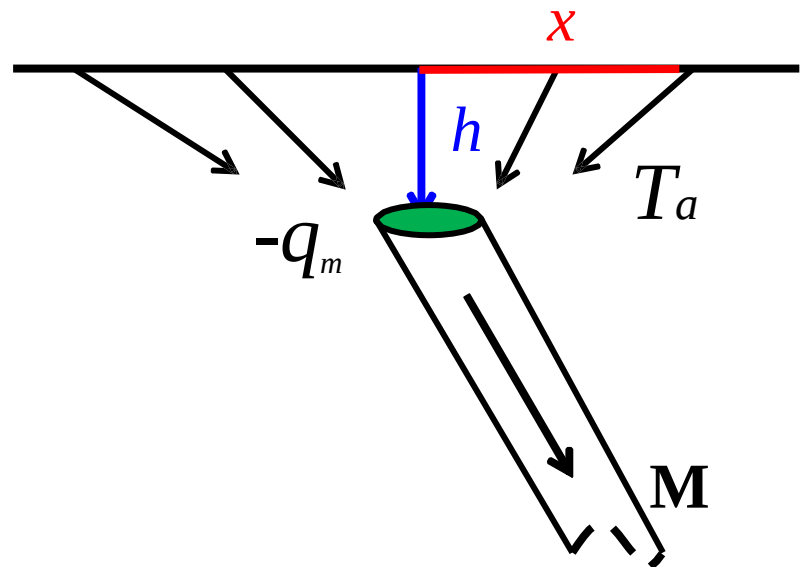
■ 规则形体的磁场—单极的磁场

$$U = -\frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m}{r}$$

$$T_a = -\mu_0 \nabla U$$

$$= \frac{1}{4\pi} \frac{q_m}{r^2}$$

$$= \frac{1}{4\pi} \frac{q_m}{(x^2 + h^2)}$$

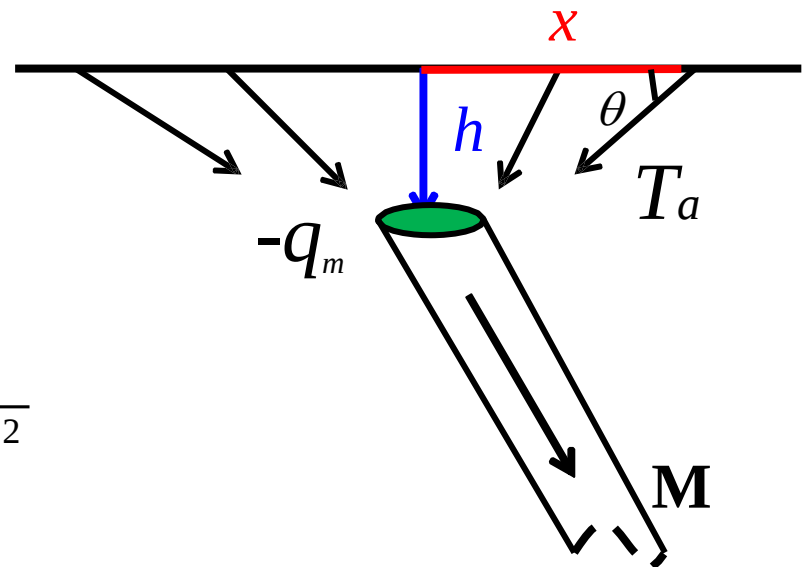


1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—单极的磁场

$$U = -\frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{q_m}{r}$$

$$\begin{cases} T_a = \frac{1}{4\pi} \frac{q_m}{(x^2 + h^2)} \\ Z_a = T_a \sin \theta = \frac{1}{4\pi} \frac{q_m h}{(x^2 + h^2)^{3/2}} \\ H_{ax} = T_a \cos \theta = \frac{1}{4\pi} \frac{q_m x}{(x^2 + h^2)^{3/2}} \end{cases}$$

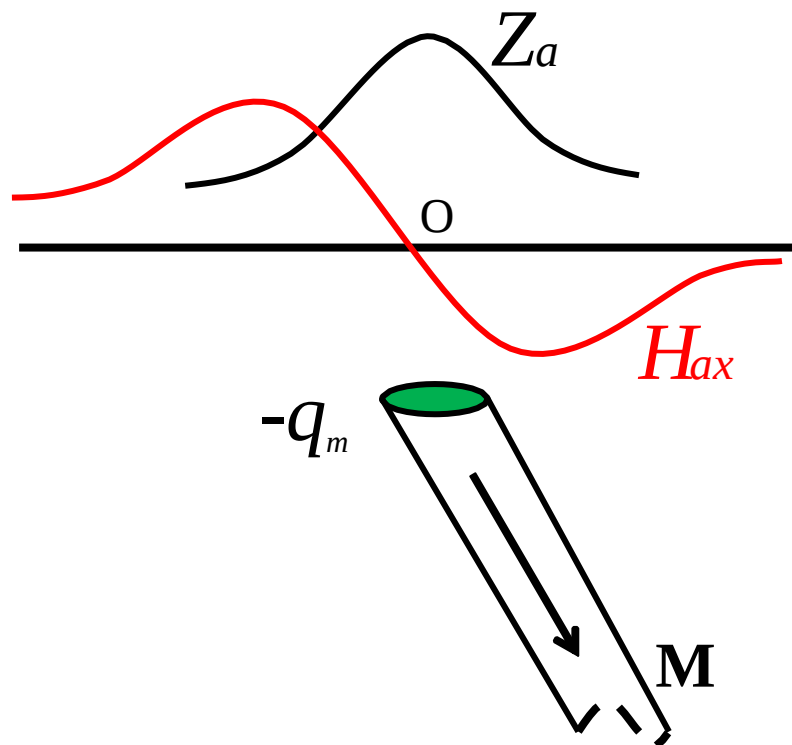


1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—单极的磁场

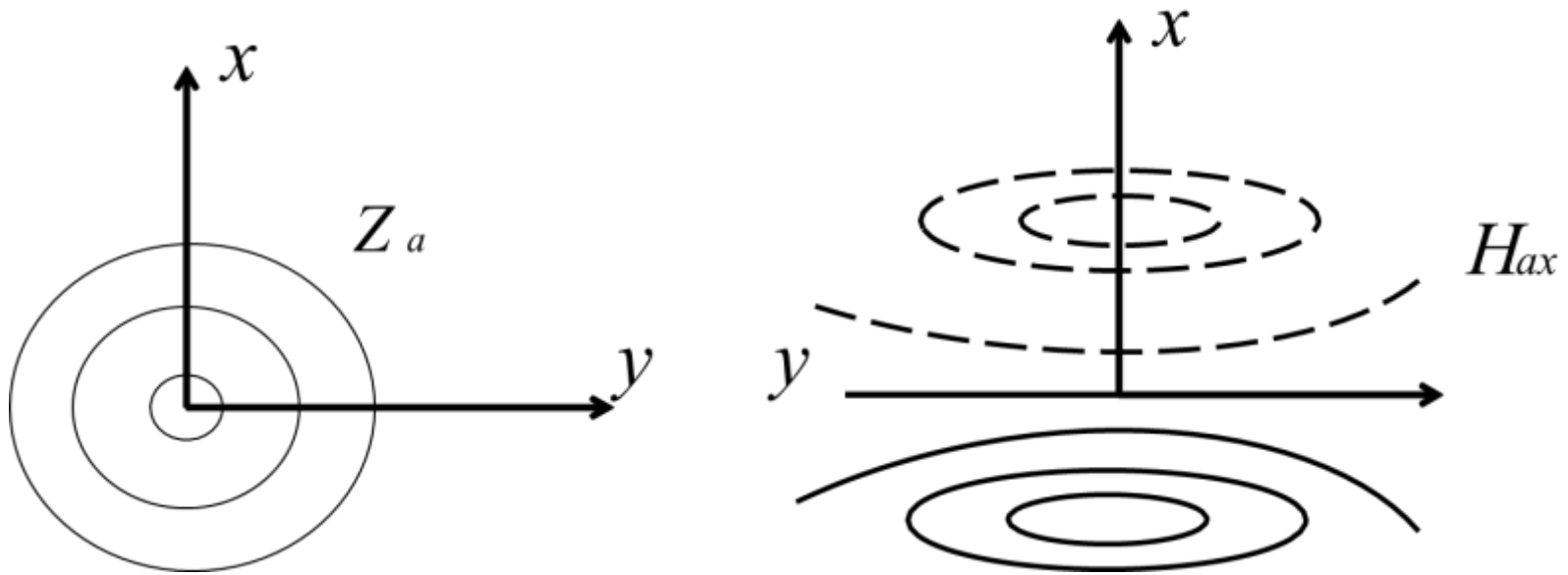
剖面特征

- ✓ 负点磁荷的 Z_a 曲线是一条正的纵轴对称曲线。
- ✓ 同理可得 H_{ax} 曲线，它是一条以O为反对称曲线。



1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—单极的磁场

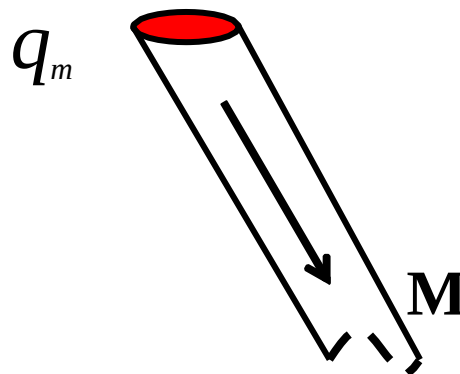


平面特征

负点磁荷的 Z_a 异常平面等值线为以柱体顶面中心在地面的投影点为圆心的一系列疏密不等的同心圆。随 h 的增加， Z_a 值减小，而异常的范围变宽。

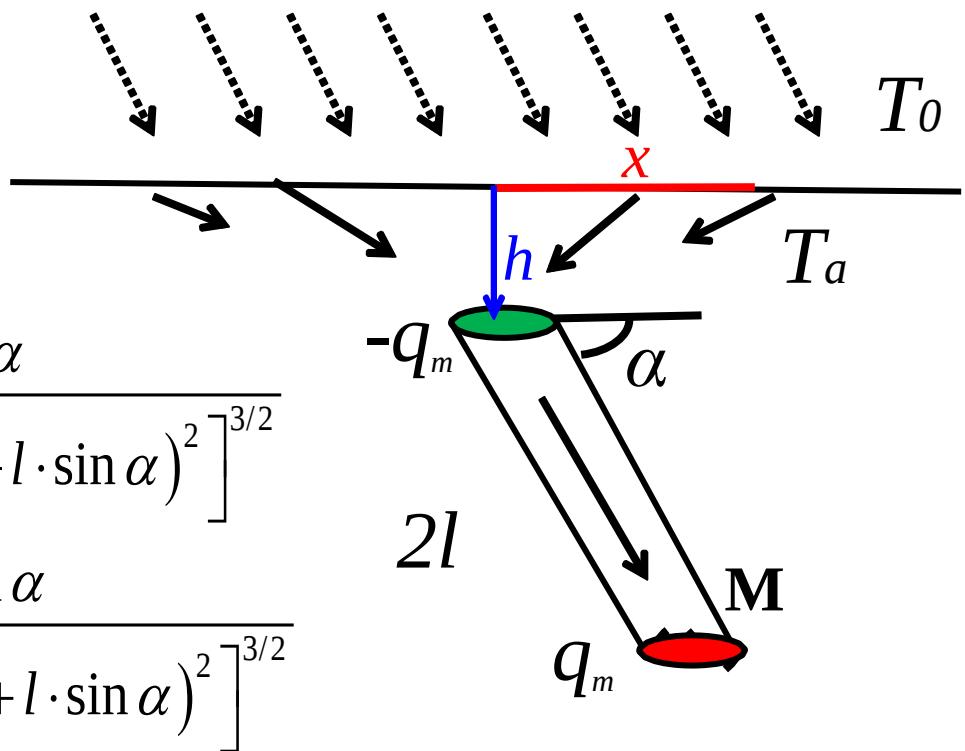
1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—单极的磁场



1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—双极的磁场

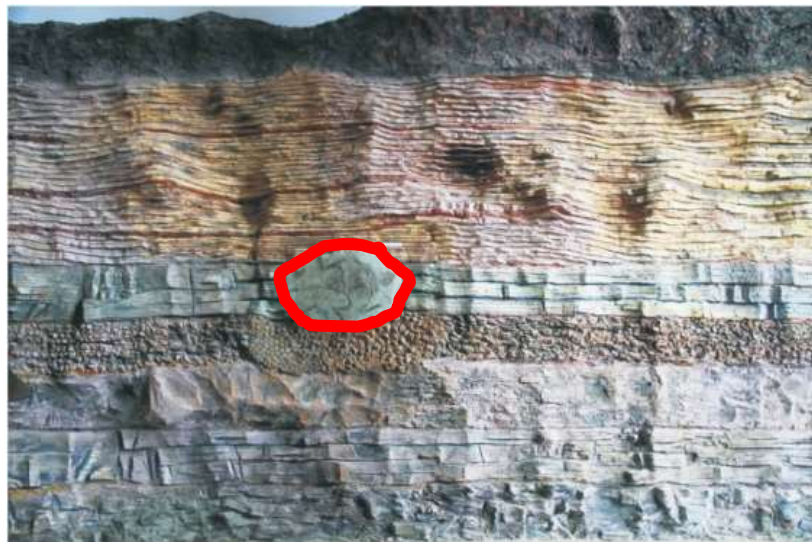
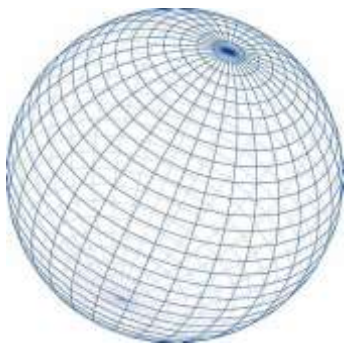


The diagram illustrates a magnetic dipole of length $2l$ tilted at an angle α from a horizontal surface. The surface is at a height h from the center of the dipole. A point x is marked on the surface. The magnetic field lines T_0 and T_a are shown. The dipole has poles $-q_m$ and q_m , and a magnetic moment M .

$$Z_a^- = \frac{q_m}{4\pi} \cdot \frac{h - l \cdot \sin \alpha}{\left[(x + l \cdot \cos \alpha)^2 + (h - l \cdot \sin \alpha)^2 \right]^{3/2}}$$
$$Z_a^+ = \frac{-q_m}{4\pi} \cdot \frac{h_0 + l \cdot \sin \alpha}{\left[(x - l \cdot \cos \alpha)^2 + (h + l \cdot \sin \alpha)^2 \right]^{3/2}}$$

1. 磁性体正演

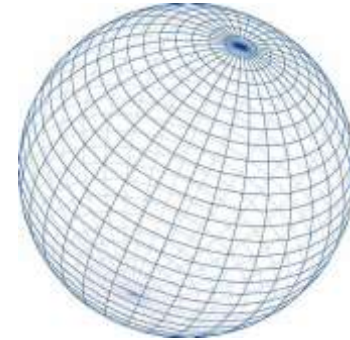
■ 规则形体的磁场—球体



一些有限大小的地质体，当中心埋深比其直径大很多时，它们在地面产生的磁场特征与球体的磁场特征近似。

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体



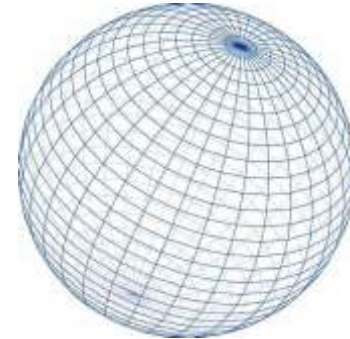
$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

测线的偏角 A , 倾角 I 时

$$\Delta T = H_{ax} \cos I \cos A' + H_{ay} \cos I \sin A' + Z_a \sin I$$

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体

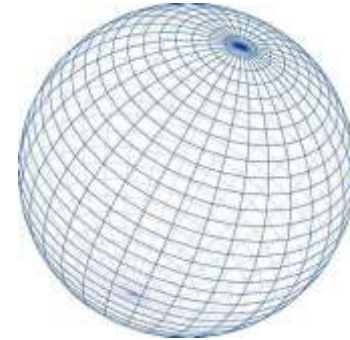


$$V = G\rho \iiint_v \frac{1}{r} dv = \frac{G\rho V_{\text{sphere}}}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - R)^2}}$$

$$\begin{bmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} \begin{bmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体



$$V = \frac{G\rho V_{\text{sphere}}}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - R)^2}}$$

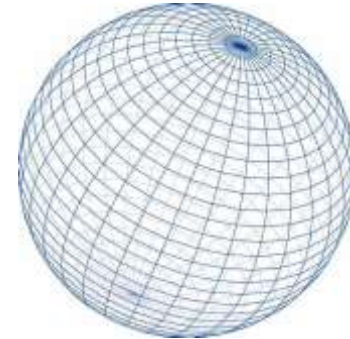
$$V_x = -\frac{G\rho V_{\text{sphere}} x}{\left[x^2 + y^2 + (z - R)^2\right]^{3/2}}$$

$$V_y = -\frac{G\rho V_{\text{sphere}} y}{\left[x^2 + y^2 + (z - R)^2\right]^{3/2}}$$

$$V_z = -\frac{G\rho V_{\text{sphere}} (z - R)}{\left[x^2 + y^2 + (z - R)^2\right]^{3/2}}$$

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体



$$V_{xx} = -\frac{G\rho V_{sphere} \left(\left[x^2 + y^2 + (z-R)^2 \right] - 3x^2 \right)}{\left[x^2 + y^2 + (z-R)^2 \right]^{5/2}}$$

$$V_{xy} = \frac{3G\rho V_{sphere} xy}{\left[x^2 + y^2 + (z-R)^2 \right]^{5/2}}$$

$$V_{xz} = \frac{3G\rho V_{sphere} x(z-R)}{\left[x^2 + y^2 + (z-R)^2 \right]^{5/2}}$$

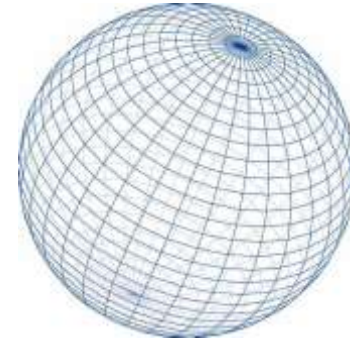
$$V_{yy} = -\frac{G\rho V_{sphere} \left(\left[x^2 + y^2 + (z-R)^2 \right] - 3y^2 \right)}{\left[x^2 + y^2 + (z-R)^2 \right]^{5/2}}$$

$$V_{yz} = \frac{3G\rho V_{sphere} y(z-R)}{\left[x^2 + y^2 + (z-R)^2 \right]^{5/2}}$$

$$V_{zz} = -\frac{G\rho V_{sphere} \left(\left[x^2 + y^2 + (z-R)^2 \right] - 3(z-R)^2 \right)}{\left[x^2 + y^2 + (z-R)^2 \right]^{5/2}}$$

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体



$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

测线的偏角 A , 倾角 I 时

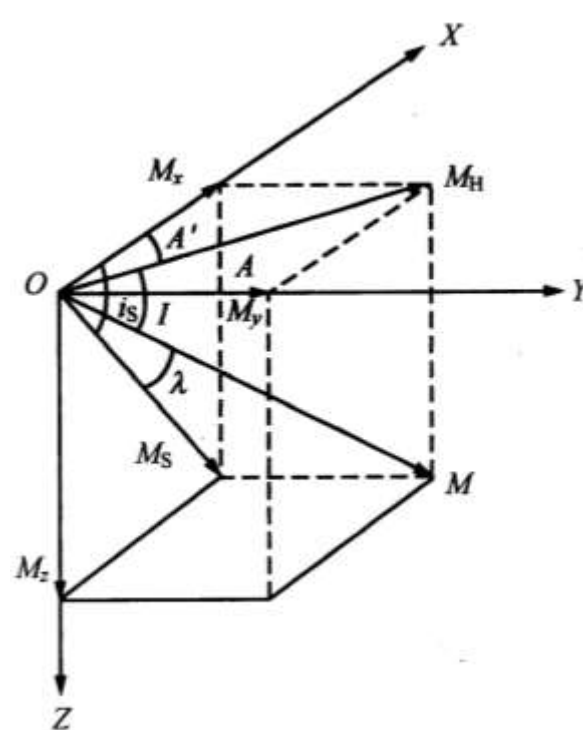
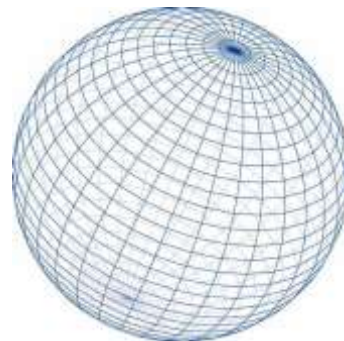
$$\Delta T = H_{ax} \cos I \cos A' + H_{ay} \cos I \sin A' + Z_a \sin I$$

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体

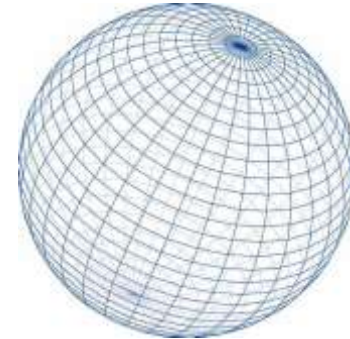
$$\begin{cases} M_x = M \cos I \cos A' = M \cos I \sin A \\ M_y = M \cos I \sin A' = M \cos I \cos A \\ M_z = M \sin I \end{cases}$$

磁化强度倾角为 I ，剖面与磁化强度水平投影夹角为 A'



1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体



球体中心埋深为 R ； x ， y ， z 为观测点坐标
令 $z=0$ ，已知磁矩 $m=MV$

$$H_{ax} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{(x^2 + y^2 + R^2)^{5/2}} \left[(2x^2 - y^2 - R^2) \cos I \cos A' - 3Rx \sin I + 3xy \cos I \sin A' \right]$$

$$H_{ay} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{(x^2 + y^2 + R^2)^{5/2}} \left[(2y^2 - x^2 - R^2) \cos I \sin A' - 3Ry \sin I + 3xy \cos I \cos A' \right]$$

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{(x^2 + y^2 + R^2)^{5/2}} \left[(2R^2 - x^2 - y^2) \sin I - 3Rx \cos I \cos A' - 3Ry \cos I \sin A' \right]$$

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体

$$H_{ax} = \frac{\mu_0 m}{4\pi(x^2 + y^2 + R^2)^{5/2}} \begin{Bmatrix} (2x^2 - y^2 - R^2) \cos I \cos A' \\ -3Rx \sin I + 3xy \cos I \sin A' \end{Bmatrix}$$

$$H_{ay} = \frac{\mu_0 m}{4\pi(x^2 + y^2 + R^2)^{5/2}} \begin{Bmatrix} (2y^2 - x^2 - R^2) \cos I \sin A' \\ -3Ry \sin I + 3xy \cos I \cos A' \end{Bmatrix}$$

$$Z_a = \frac{\mu_0 m}{4\pi(x^2 + y^2 + R^2)^{5/2}} \begin{Bmatrix} (2R^2 - x^2 - y^2) \sin I - 3Rx \cos I \cos A' \\ -3Ry \cos I \sin A' \end{Bmatrix}$$

此式I, A为
磁化强度M
的相关角度

$$\Delta T = H_{ax} \cos I \cos A' + H_{ay} \cos I \sin A' + Z_a \sin I$$

此式I, A为
地磁场T的
相关角度

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体

设磁化强度M方向与地磁场方向一致，则有磁化强度倾角与地磁场倾角相同，剖面方位角和剖面与磁化强度水平投影夹角相同，化简后得：

$$\Delta T = \frac{\mu_0 m}{4\pi(x^2 + y^2 + R^2)^{5/2}} \left\{ \begin{aligned} &(2R^2 - x^2 - y^2) \sin^2 I + (2x^2 - y^2 - R^2) \cos^2 I \cos^2 A' \\ &+ (2y^2 - x^2 - R^2) \cos^2 I \sin^2 A' - 3xR \sin 2I \cos A' \\ &+ 3xy \cos^2 I \sin 2A' - 3yR \sin 2I \sin A' \end{aligned} \right\}$$

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体

如果磁化强度方向与地磁场方向不同：

$$\begin{cases} \Delta T = H_{ax} \cos I \cos A' + H_{ay} \cos I \sin A' + Z_a \sin I \\ \Delta T = H_{ax} \cos \alpha_t + H_{ay} \cos \beta_t + Z_a \cos \gamma_t \\ \Delta T = H_{ax} L_0 + H_{ay} M_0 + Z_a N_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} M_x = M \cos I \cos A' = M \alpha \\ M_y = M \cos I \sin A' = M \beta \\ M_z = M \gamma \end{cases}$$

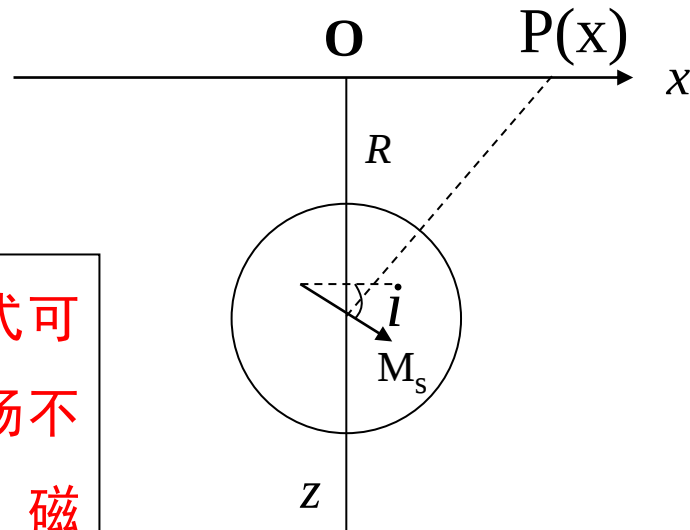
$$\Rightarrow \Delta T = \frac{\mu_0 m}{4\pi(x^2 + y^2 + R^2)^{5/2}} \left\{ \begin{aligned} &(2R^2 - x^2 - y^2)\gamma N_0 - 3xR(\gamma L_0 + \alpha N_0) \\ &+ (2x^2 - y^2 - R^2)\alpha L_0 + 3xy(\alpha M_0 + \beta L_0) \\ &+ (2y^2 - x^2 - R^2)\beta M_0 - 3yR(\gamma M_0 + \beta N_0) \end{aligned} \right\}$$

ΔT 不仅与地磁场方向有关，还与磁化强度方向有关！

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体

XOZ剖面的磁场公式：



λ 为 m_s 与 m 之间的夹角

$$Z_a = \frac{\mu_0 m_s}{4\pi(x^2 + R^2)^{5/2}} \left[(2R^2 - x^2) \cos i_s \cos I \cos A' \right]$$

$$H_{ax} = \frac{\mu_0 m_s}{4\pi(x^2 + R^2)^{5/2}} \left[(2R^2 - x^2) \cos i_s \cos I \cos A' \right]$$

$$H_{ay} = \frac{-\mu_0 m_s}{4\pi(x^2 + R^2)^{5/2}} (x^2 - R^2) \sin i_s \operatorname{ctg} I \cos I \sin^2 A'$$

$$\Delta T = \frac{\mu_0 m_s}{4\pi(x^2 + R^2)^{5/2}} \left\{ (2R^2 - x^2) \cos i_s \cos I \cos A' - (x^2 - R^2) \sin i_s \operatorname{ctg} I \cos I \sin^2 A' \right\}$$

由球体的磁场表达式可以看出，球体的磁场不仅与其位置、体积、磁化强度的大小和方向有关，而且与计算剖面的方向和位置、计算点的坐标有关。

1. 磁性体正演

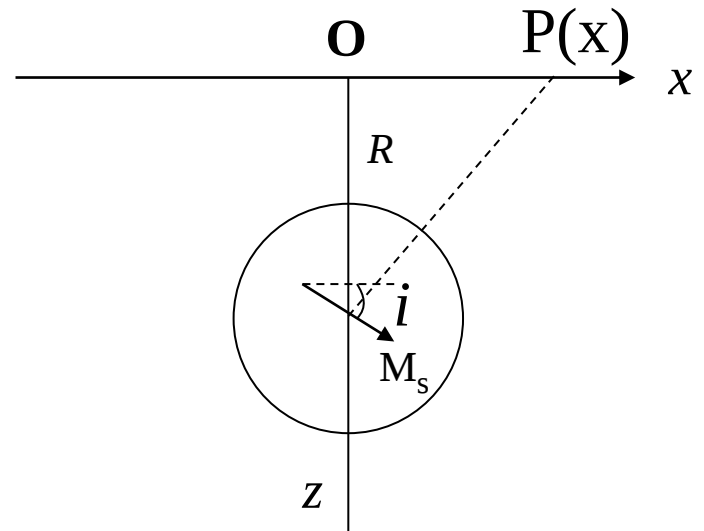
■ 规则形体的磁场—球体

当垂直磁化时, $i_s = I = 90^\circ$

$$Z_a = \frac{\mu_0 m_s}{4\pi} \frac{(2R^2 - x^2)}{(x^2 + R^2)^{5/2}}$$

$$H_{ax} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m_s}{(x^2 + R^2)^{5/2}} 3Rx$$

$$\Delta T = Z_a$$

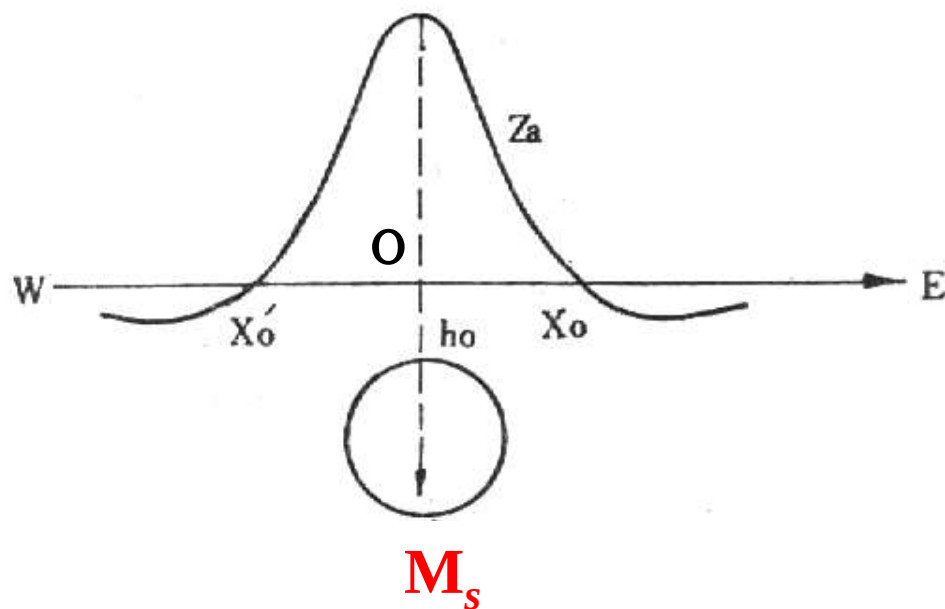


1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体

当垂直磁化时, $i_s = I = 90^\circ$

$$Z_a = \frac{\mu_0 m_s}{4\pi} \frac{(2R^2 - x^2)}{(x^2 + R^2)^{5/2}}$$



Z_a 为两侧有负值的
对称曲线, Z_a 最大
值在原点处。

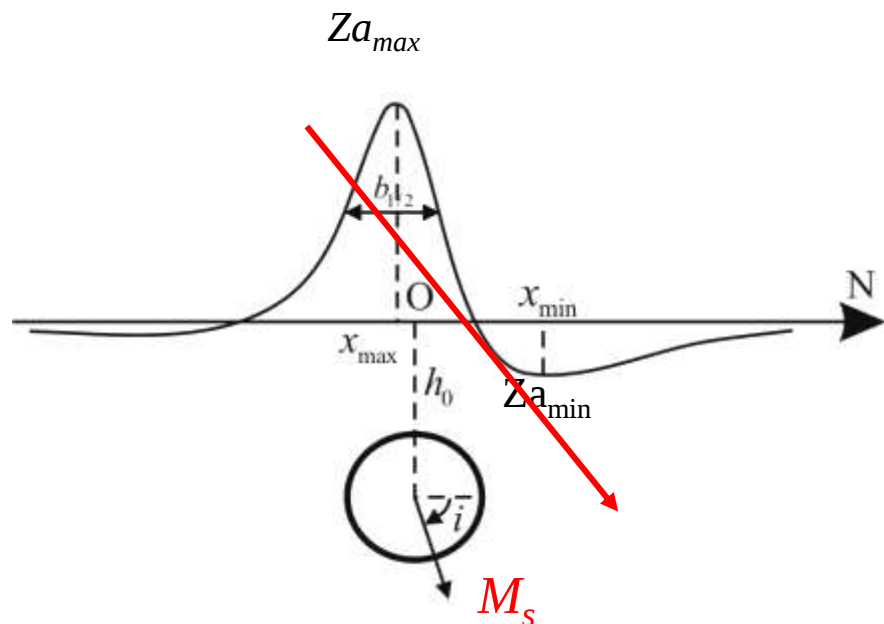
$$Z_{a_{\max}} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{m_s}{R^3}$$

$$Z_a = 0 \text{ 时, } x_0 = \pm\sqrt{2}R$$

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体

剖面南北方向 ($A'=0^\circ$) , $i_s=I$ (斜磁化)



- ✓ Z_a 为两侧有负值的不对称曲线，磁化方向指向的一侧，曲线梯度大，且负值明显；
- ✓ Z_a 最大值偏离原点，向磁化方向的反方向位移。

磁化球体 Z_a 和 H_a 剖面图

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体

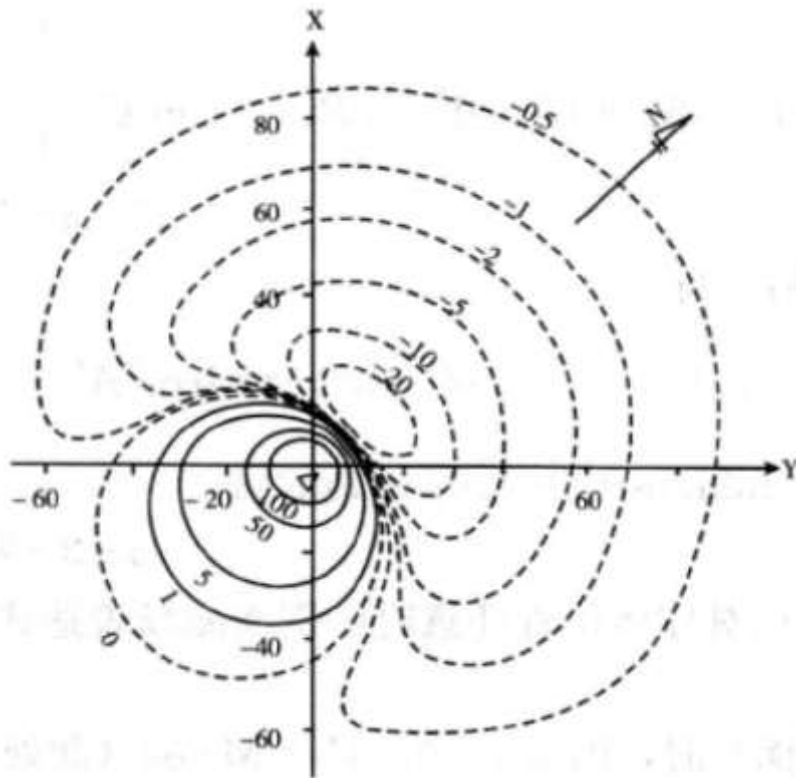
$$Z_a = \frac{\mu_0 m_s}{4\pi(x^2 + R^2)^{5/2}} \left[(2R^2 - x^2) \sin i_s - 3Rx \cos i_s \right]$$

球体的 Z_a 异常特征与 i_s 有关。当 i_s 由 $90^\circ \rightarrow 0^\circ$ 时：

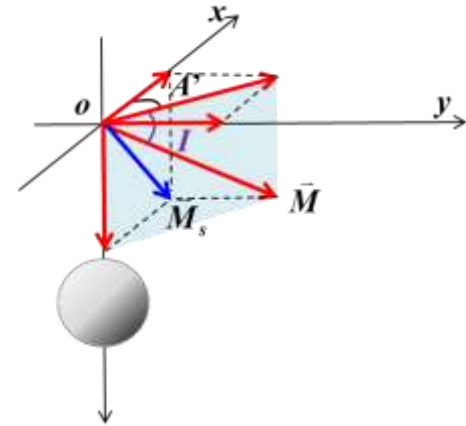
- Z_a 曲线由纵轴对称→不对称→反对称；
- 极大值偏离原点向 i_s 的反方向位移， i_s 越小，位移越大；
- 正值逐渐减小，负值的绝对值逐渐增大。

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体



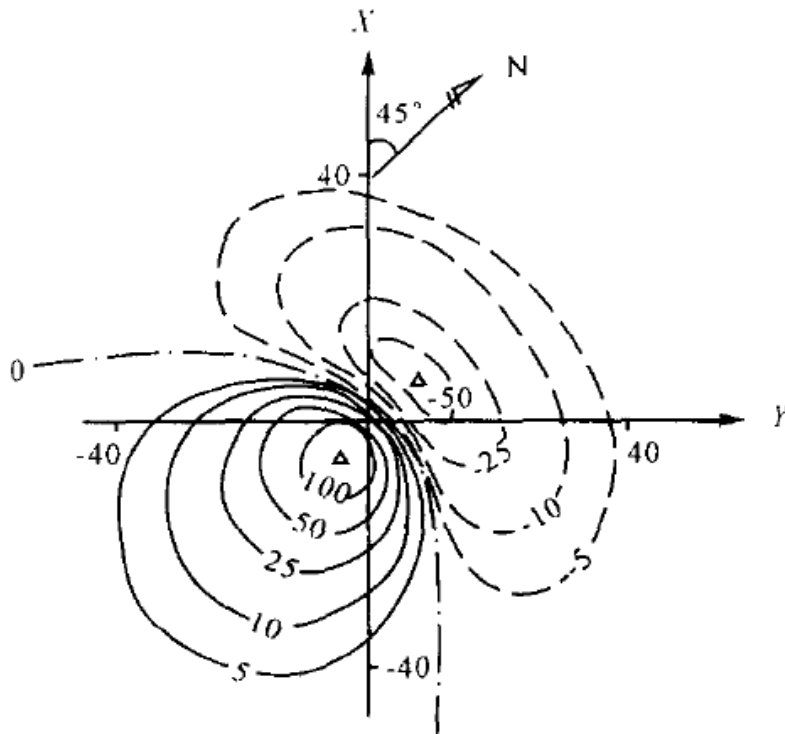
球体的磁场 Z_a 平面等值线图
($A'=I=45^\circ$, $R=15$, $\triangle$ 为极值位置)



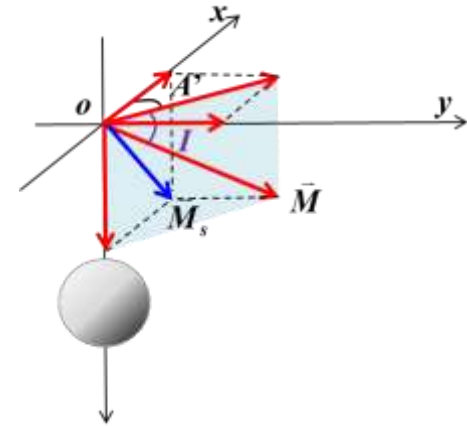
Z_a 等值线为正、负伴生的等轴状，负异常包围着正异常；负异常位于正异常的北侧。

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体



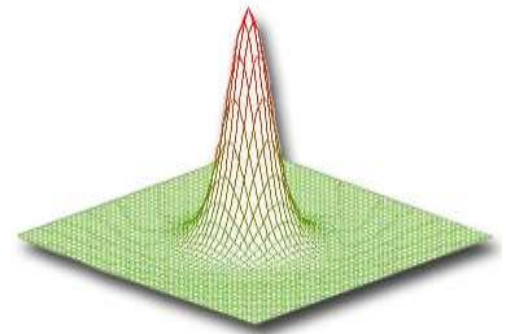
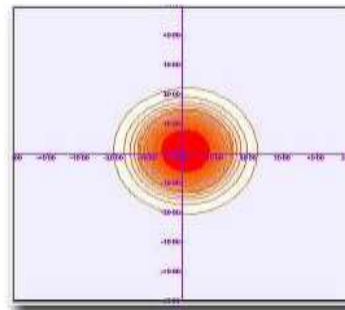
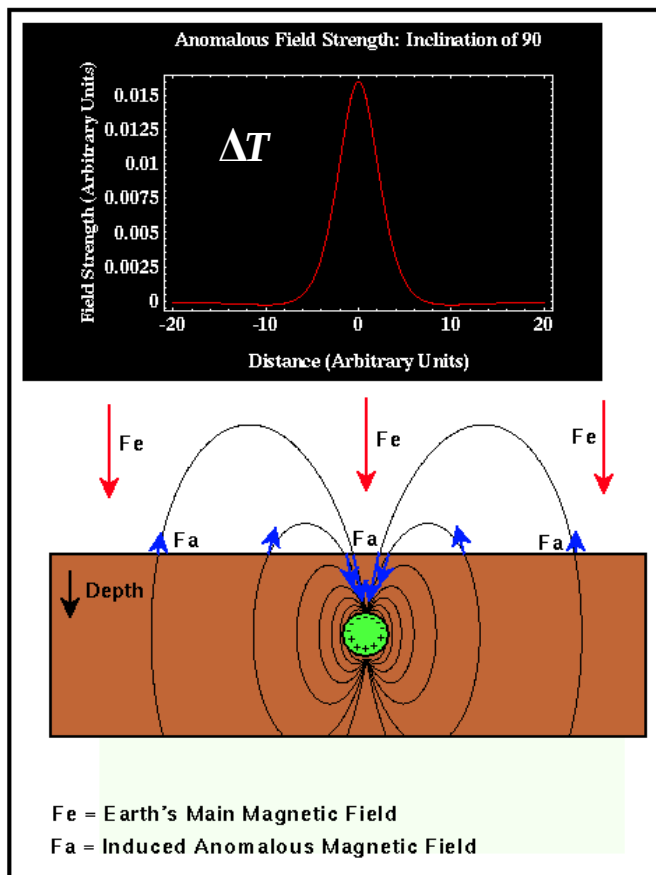
球体的磁场 ΔT 平面等值线图
($A'=I=45^\circ$, $R=15$, Δ 为极值位置)



ΔT 受磁化倾角的影响比 Z_q 大，在相同磁化倾角的情况下，其负值较大

1. 磁性体正演

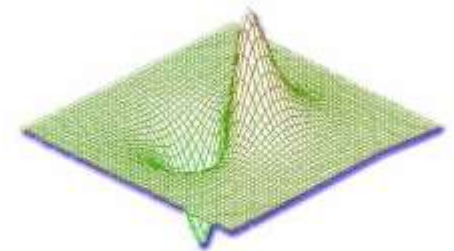
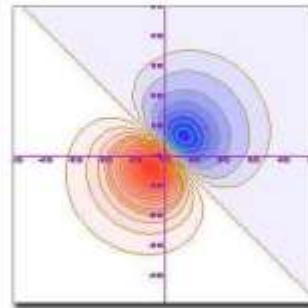
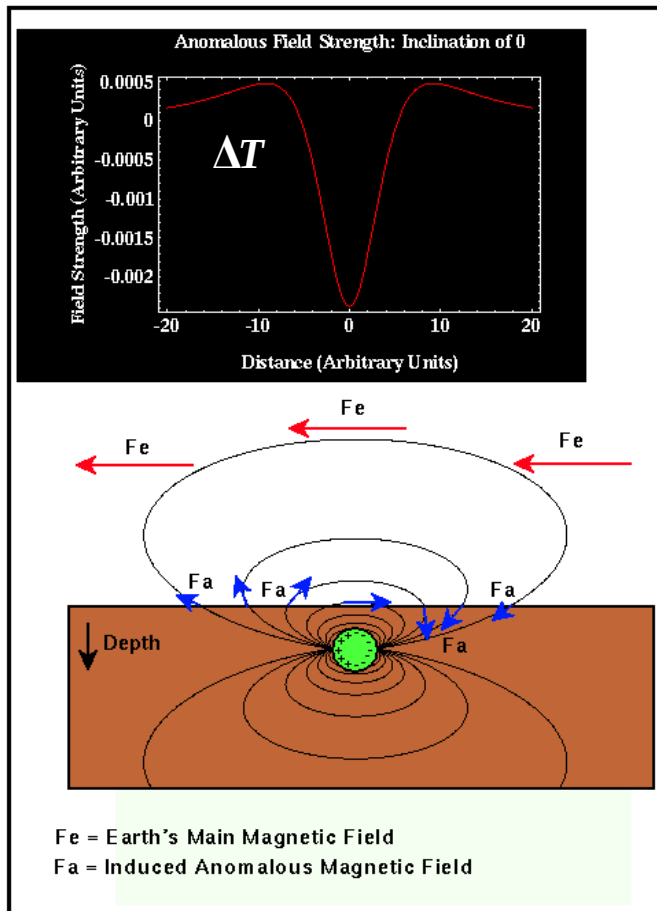
■ 规则形体的磁场—球体



磁化倾角 $I=90^\circ$ （垂直磁化）时，磁异常 Z_a 和 ΔT 的平面等值线图与三维立体图

1. 磁性体正演

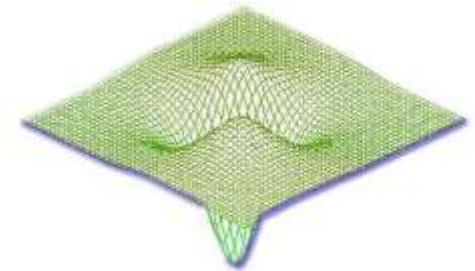
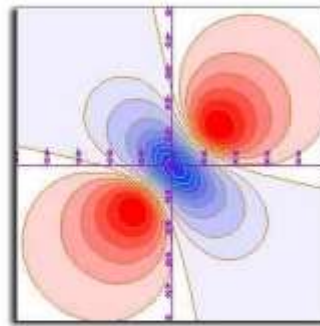
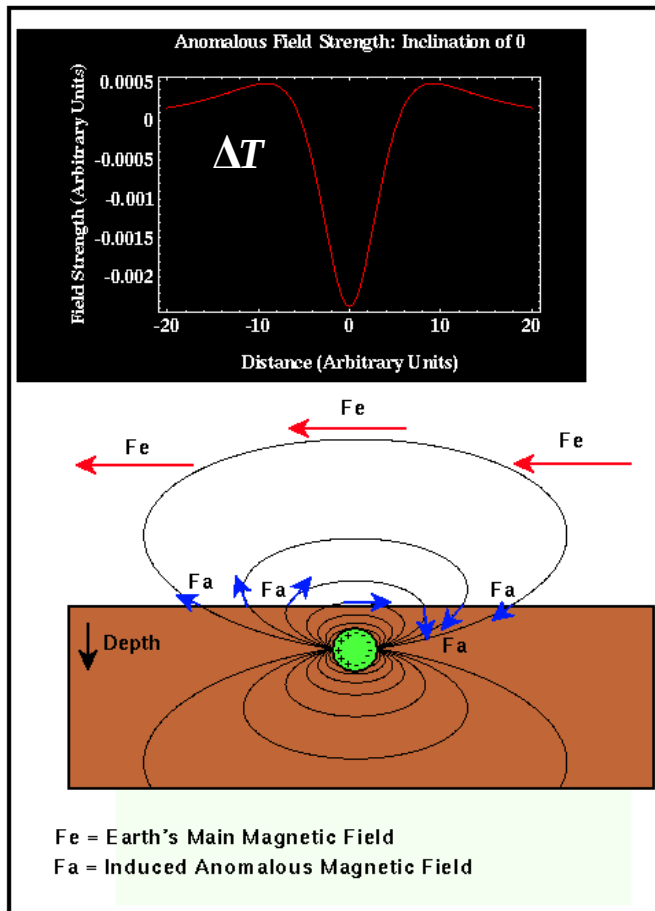
■ 规则形体的磁场—球体



磁化倾角 $I=0^\circ$ （水平磁化）时，磁异常 Z_a 的平面等值线图与三维立体图

1. 磁性体正演

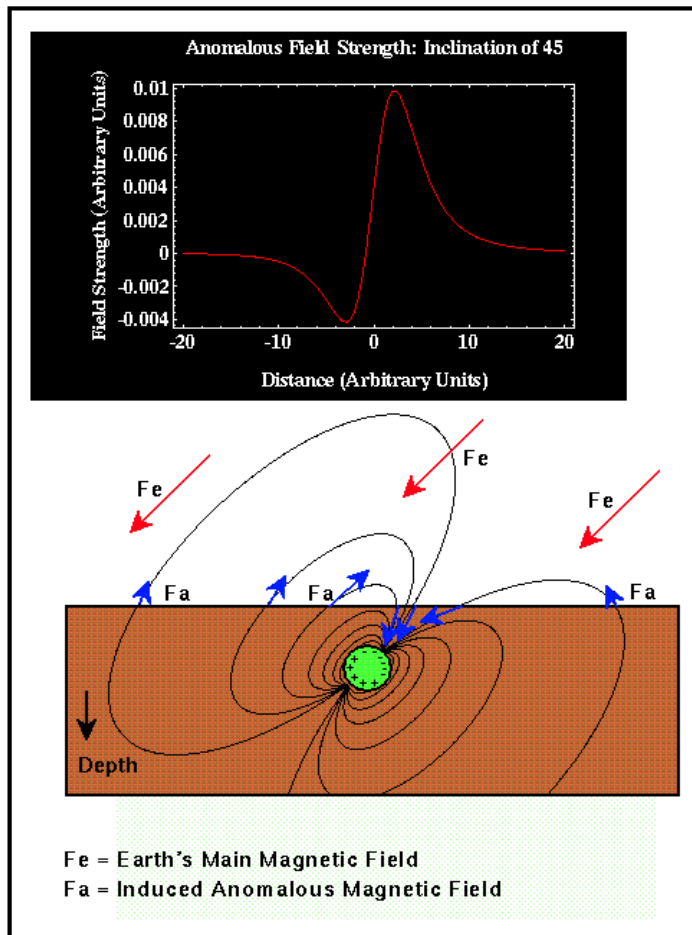
■ 规则形体的磁场—球体



磁化倾角 $I=0^\circ$ （水平磁化）时，磁异常 ΔT 的平面等值线图与三维立体图

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体

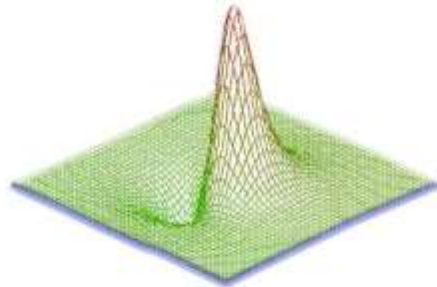
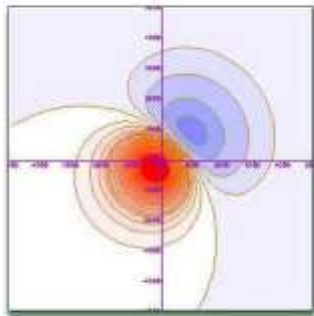


磁化倾角

$I=45^\circ$

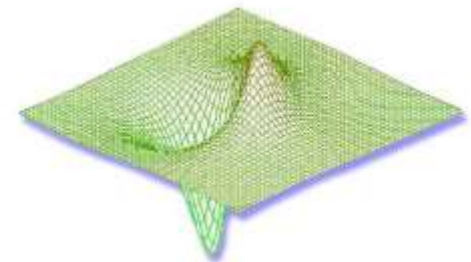
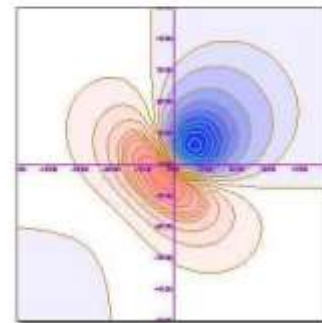
1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体



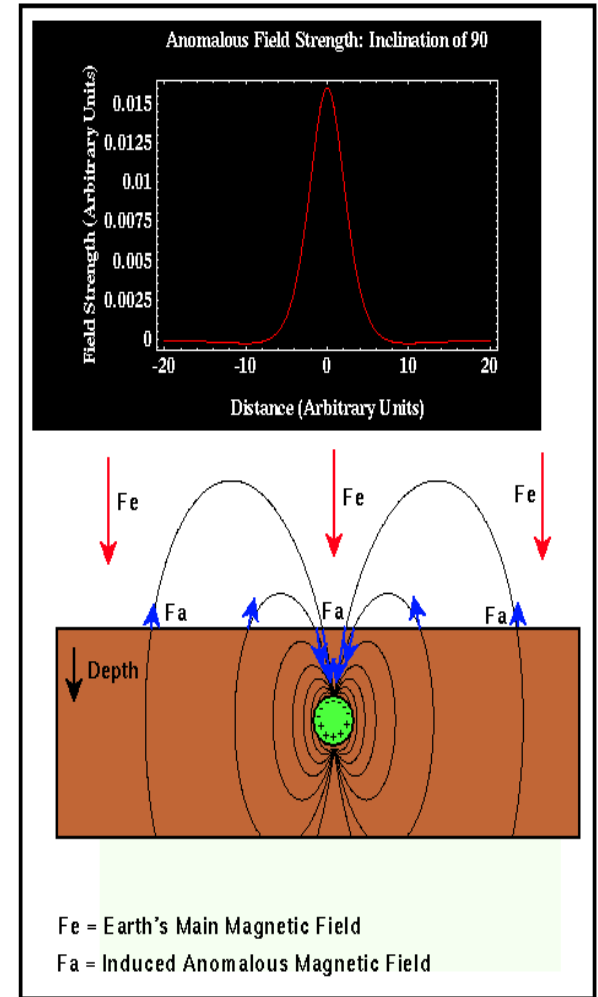
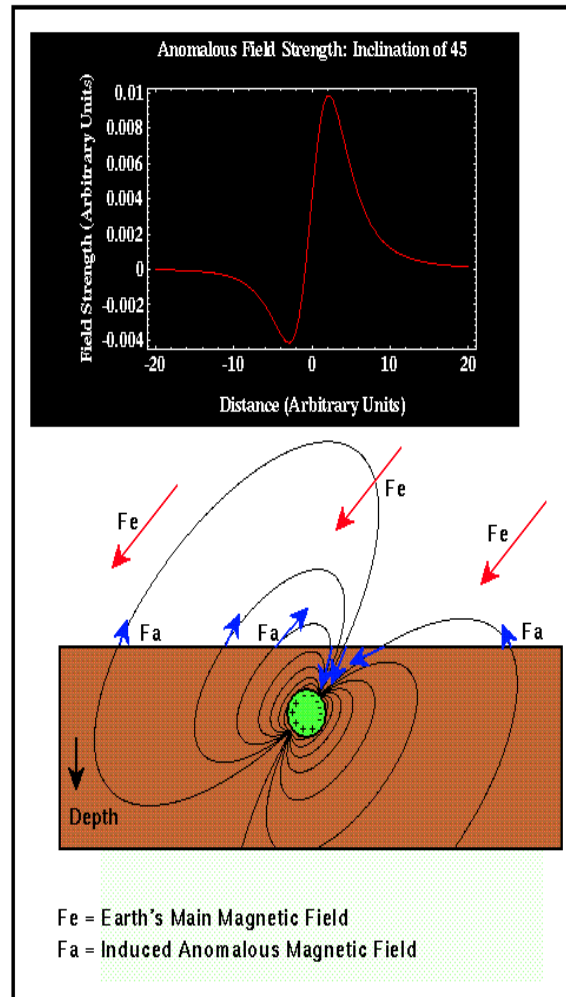
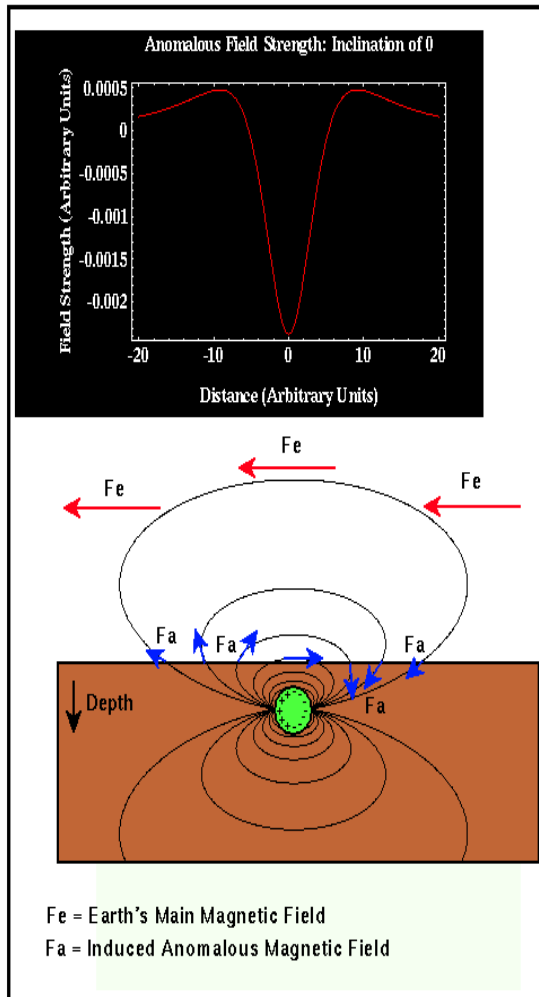
磁化倾角 $I=45^\circ$ （倾斜磁化）时，磁异常 Z_a 的平面等值线图与三维立体图

磁化倾角 $I=45^\circ$ （倾斜磁化）时，磁异常 ΔT 的平面等值线图与三维立体图



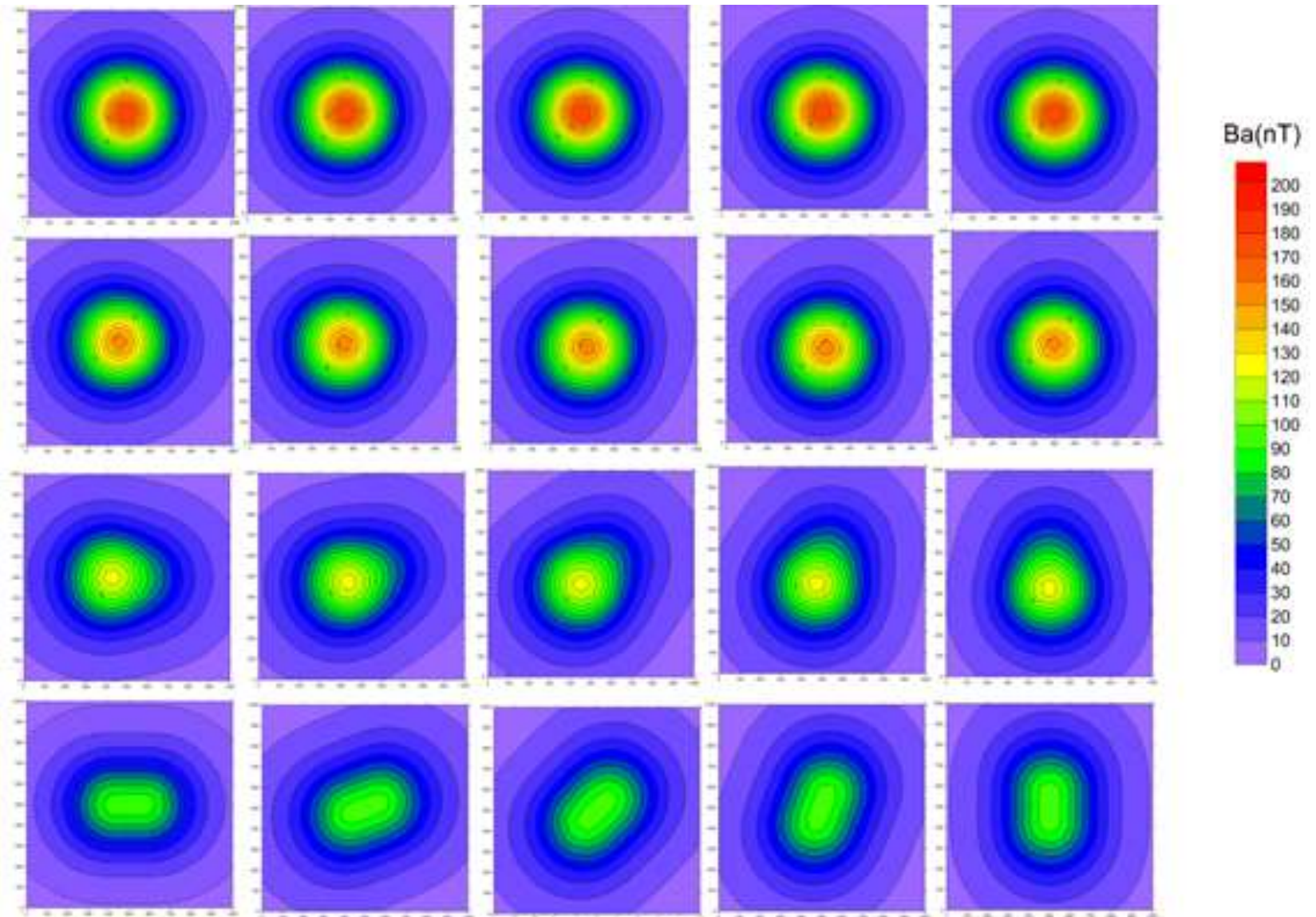
1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—球体



偏角从左到右：0, 0.125π , 0.25π , 0.375π , 0.5π

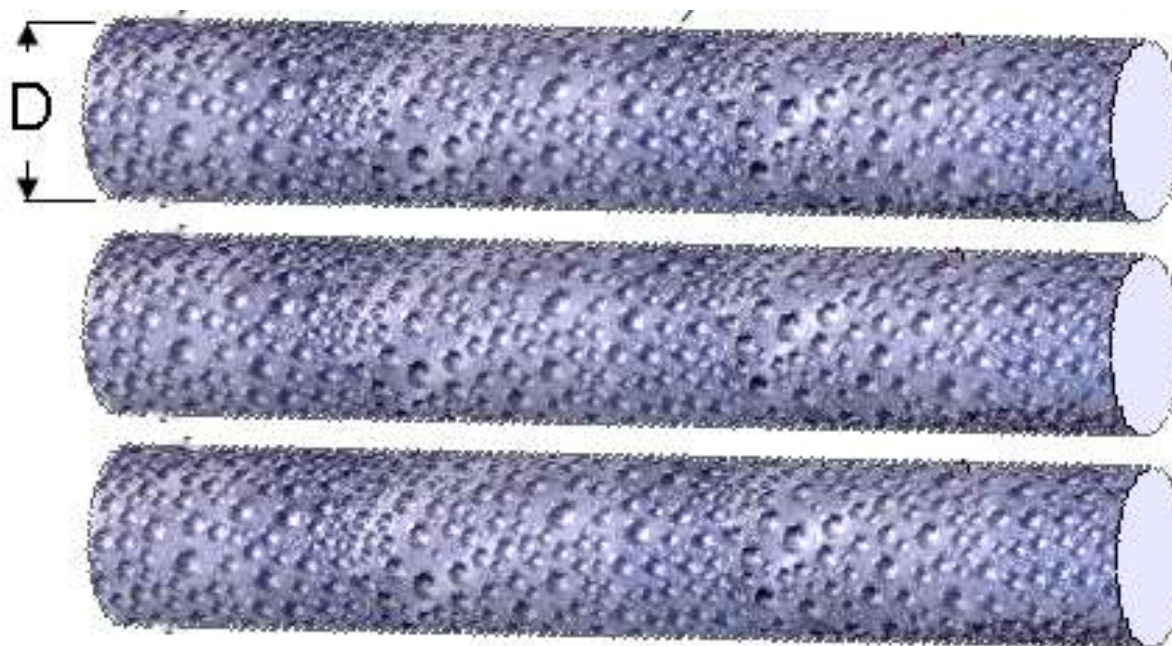
倾角从上到下： 0.5π , 0.375π , 0.25π , 0.125π , 0



1. 磁性体正演

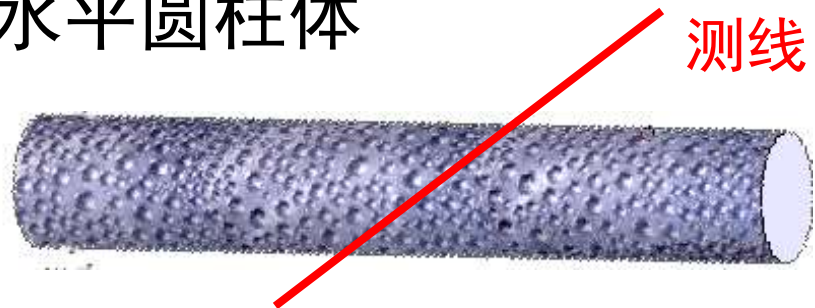
■ 规则形体的磁场—水平圆柱体

通常将自然界中延深和宽度都比较小，沿走向很长的磁性体看作水平圆柱体。



1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—水平圆柱体



$$Z_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{m_s}{(x^2 + R^2)^2} \left[(R^2 - x^2) \sin i_s - 2Rx \cos i_s \right]$$

$$H_a = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{m_s}{(x^2 + R^2)^2} \left[(R^2 - x^2) \cos i_s + 2Rx \sin i_s \right]$$

$$\Delta T = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{m_s}{(x^2 + R^2)^2} \frac{\sin I}{\sin i_s} \left[(R^2 - x^2) \sin(2i_s - 90^\circ) - 2Rx \cos(2i_s - 90^\circ) \right]$$

式中 $m_s = M_s \cdot s$ 称为水平圆柱体的截面磁矩

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—水平圆柱体

若为垂直磁化,即 $i_s = 90^\circ$, 或 $I = 90^\circ$ 时:

$$Z_{a\perp} = \frac{\mu_0 m_s (R^2 - x^2)}{2\pi (x^2 + R^2)^2}$$

$$H_{a\perp} = -\frac{\mu_0 m_s 2Rx}{2\pi (x^2 + R^2)^2}$$

当 $Z_a=0$ 时,有 $R^2=X^2$,即零值点间距等于二倍中心埋深。

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—水平圆柱体

若为水平磁化,即 $i_s = 0^\circ$ 时:

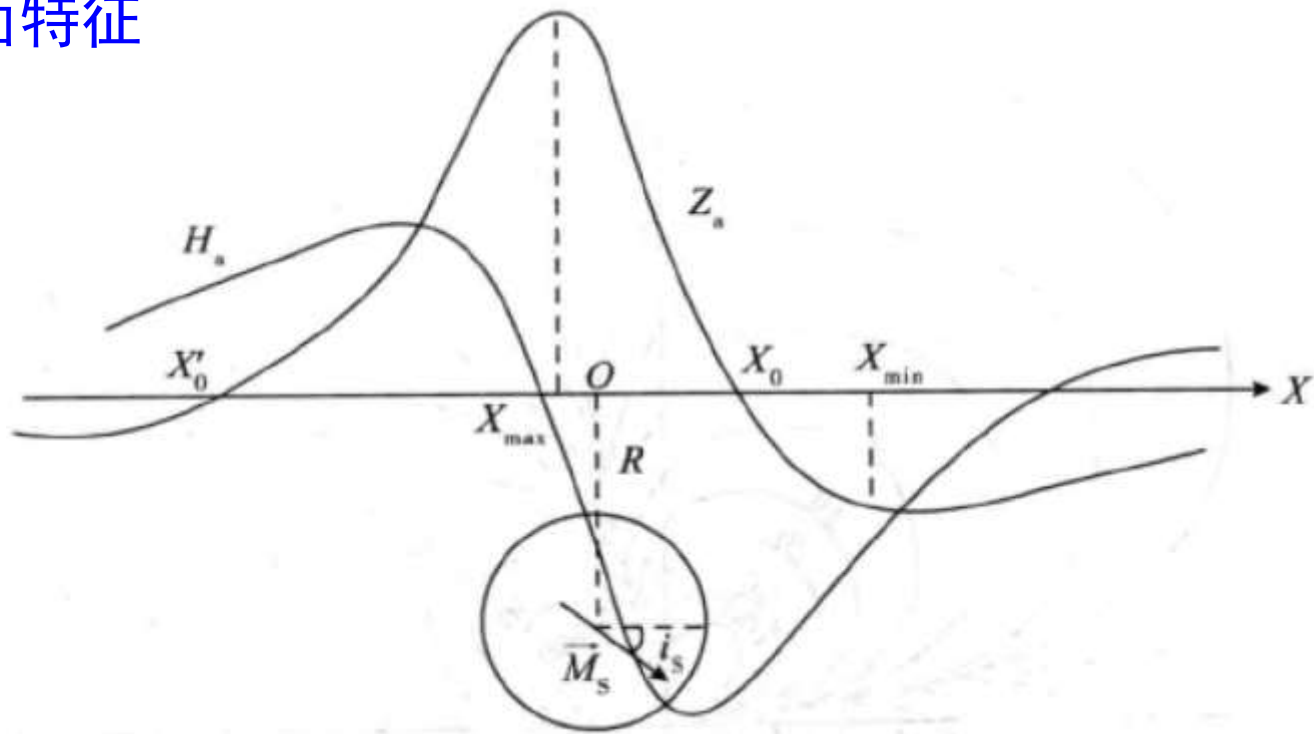
$$Z_a = H_{a\perp}, H_a = -Z_{a\perp}$$

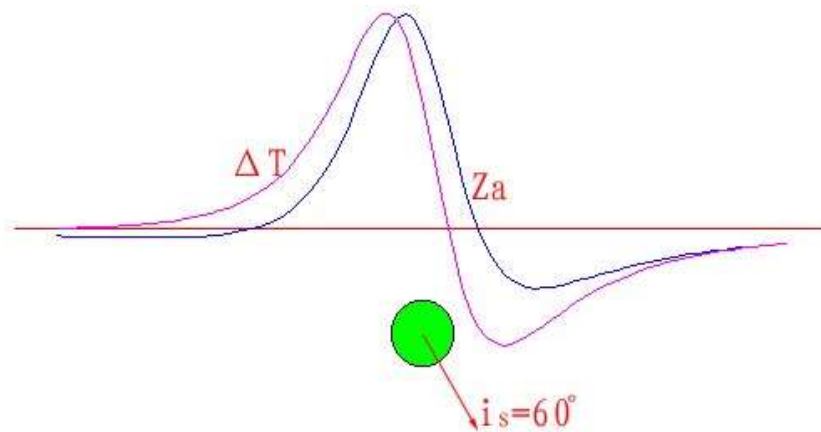
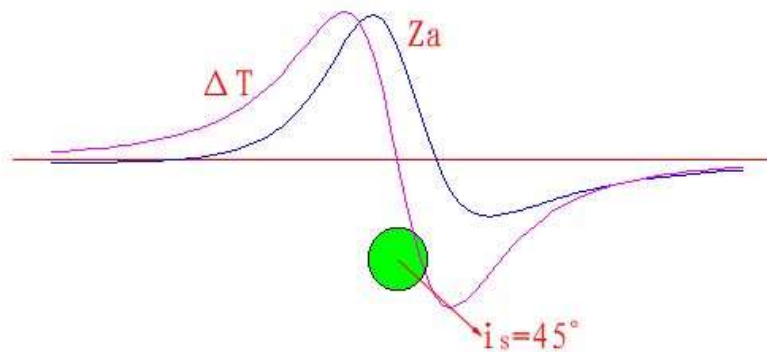
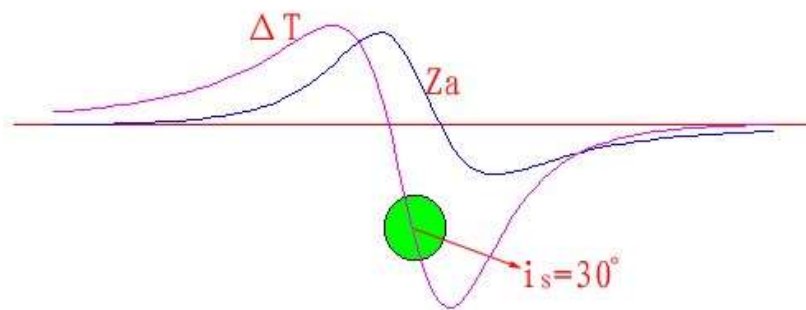
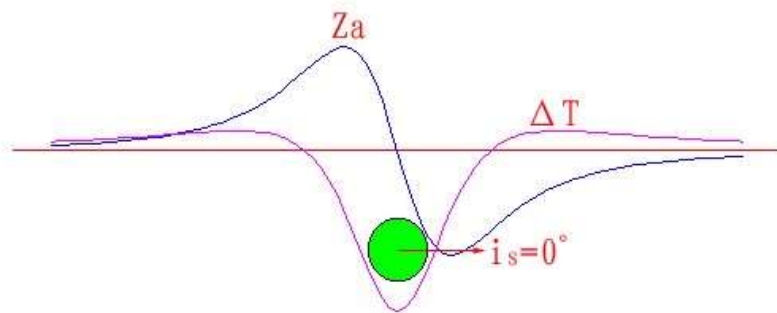
$$\Delta T = \frac{\sin I_0}{\sin i_s^0} \bullet (H_{a\perp} \sin i_s^0 - Z_{a\perp} \cos i_s^0)$$

1. 磁性体正演

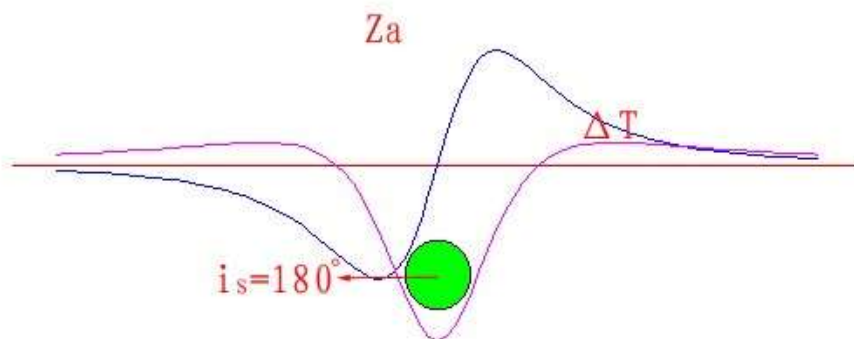
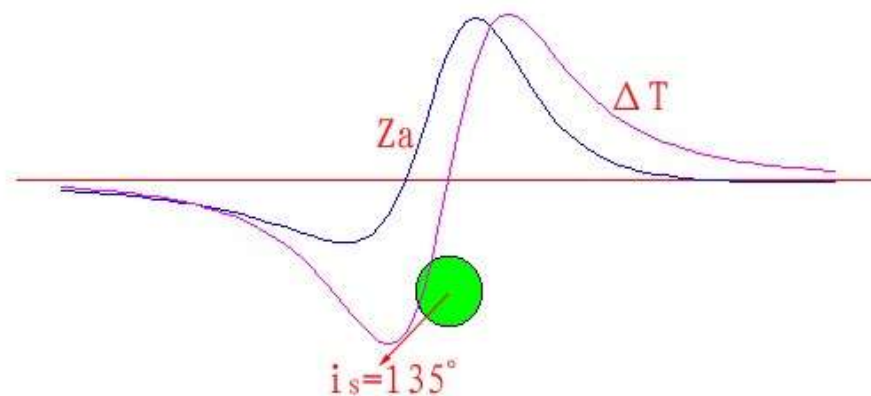
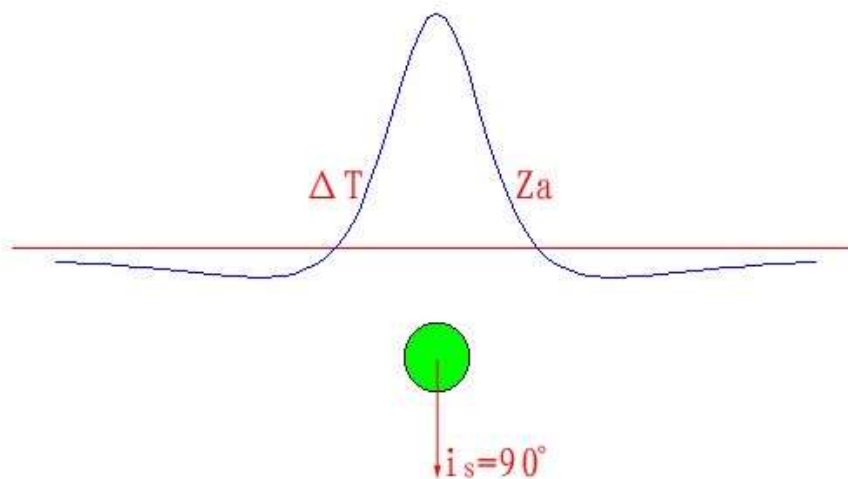
■ 规则形体的磁场—水平圆柱体

剖面特征





$0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, \Delta T, Z_a$ 曲线的变化特征

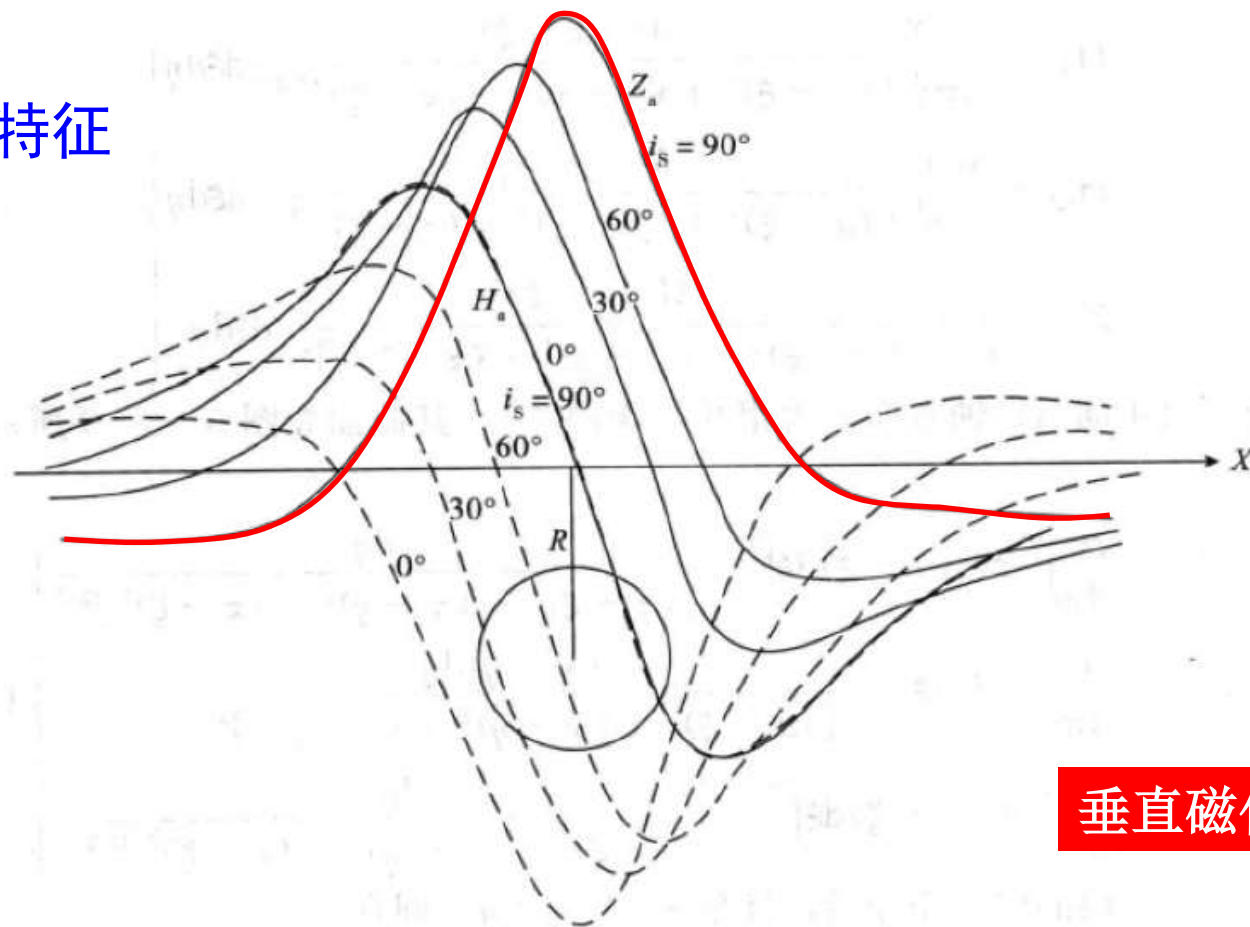


**$90^\circ, 135^\circ, 180^\circ,$
 $\Delta T, Z_a$ 曲线的变化特征**

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—水平圆柱体

剖面特征

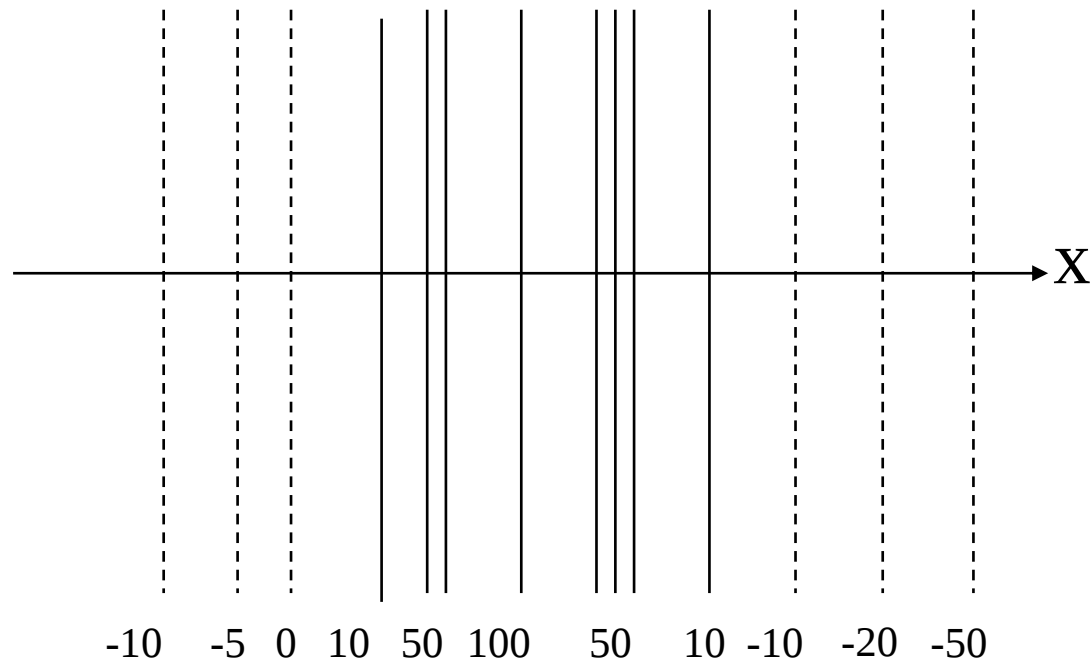


垂直磁化

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—水平圆柱体

平面特征

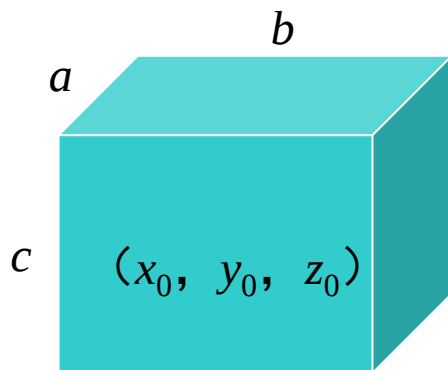


Z_a 平面等值线为正、负伴生的狭长异常（即与有限延深薄板的 Z_a 平面等值线类似）。

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—直立长方体

设有一 x 方向为 a ， y 方向为 b ， z 方向为 c 的直立长方体，长方体中心坐标为 (x_0, y_0, z_0)



计算该长方体的磁场，可以由磁偶极子体元场对长方体体积分或利用表面磁荷积分法对长方体六个磁荷面的磁场叠加得到；还可利用引力位与磁位的泊松公式导出磁场表达式。

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—直立长方体

$$V = G\sigma \int_{x_o - \frac{a}{2}}^{x_o + \frac{a}{2}} \int_{y_o - \frac{b}{2}}^{y_o + \frac{b}{2}} \int_{z_o - \frac{c}{2}}^{z_o + \frac{c}{2}} \frac{1}{r} d\xi d\eta d\zeta$$

$$r = \left[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2 \right]^{1/2}$$

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—直立长方体

$$\begin{aligned} H_{ax} &= -\mu_0 \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\mu_0}{4\pi G\sigma} M \bullet \frac{\partial}{\partial x} (\nabla_P V) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi G\sigma} (M_x V_{xx} + M_y V_{yx} + M_z V_{zx}) \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi G\sigma} \bullet \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

1. 磁性体正演

■ 规则形体的磁场—直立长方体

$$H_{ax}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ -M_x \tan^{-1} \frac{(\xi - x)(\eta - y)}{(\xi - x)^2 + r(\zeta - z) + (\zeta - z)^2} + M_y \ln[r + (\zeta - z)] + M_z \ln[r + (\eta - y)] \right\} \left|_{x_o - \frac{a}{2}}^{x_o + \frac{a}{2}} \right|_{y_o - \frac{b}{2}}^{y_o + \frac{b}{2}} \left|_{z_o - \frac{c}{2}}^{z_o + \frac{c}{2}} \right|$$

$$H_{ay}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ M_x \ln[r + (\zeta - z)] - M_y \tan^{-1} \frac{(\xi - x)(\eta - y)}{(\eta - y)^2 + r(\zeta - z) + (\xi - z)^2} + M_z \ln[r + (\xi - x)] \right\} \left|_{x_o - \frac{a}{2}}^{x_o + \frac{a}{2}} \right|_{y_o - \frac{b}{2}}^{y_o + \frac{b}{2}} \left|_{z_o - \frac{c}{2}}^{z_o + \frac{c}{2}} \right|$$

$$Z_a(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left\{ M_z \tan^{-1} \frac{(\xi - x)(\eta - y)}{r(\zeta - z)} + M_y \ln[r + (\xi - x)] + M_x \ln[r + (\eta - y)] \right\} \left|_{x_o - \frac{a}{2}}^{x_o + \frac{a}{2}} \right|_{y_o - \frac{b}{2}}^{y_o + \frac{b}{2}} \left|_{z_o - \frac{c}{2}}^{z_o + \frac{c}{2}} \right|$$

1. 磁性体正演

■ 复杂形体的磁场

复杂形状的磁体磁场，一般不能得到解析式，只能给出数值解。地质体按其延伸的不同，分为二度体和三度体。

二度体：当磁性体沿走向无限延伸，且在走向上该磁性体的埋深、截面形状与大小、磁化特点稳定不变，则称此磁性体为二度体，如岩脉、岩墙、接触带等等。

三度体：是指没有明显走向的磁性体或沿走向磁性体的埋深、形状、大小有明显变化的磁性体，如囊状、透镜状、巢状与筒状的磁性体。

1. 磁性体正演

■ 复杂形体的磁场

均匀磁化的任意截面水平二度体

基本思想：从测点P出发的一簇射线和以P为中心的一簇同心圆弧线将磁性体分割成多个小扇形，这个二度体可以看成是由一系列无限长水平小扇形柱体组成。

每个小扇形柱体在P点处的磁场近似地按圆柱体情形算出，最后把所有这些小扇形柱体的磁场相加，即得到整个二度体在P点的磁场。

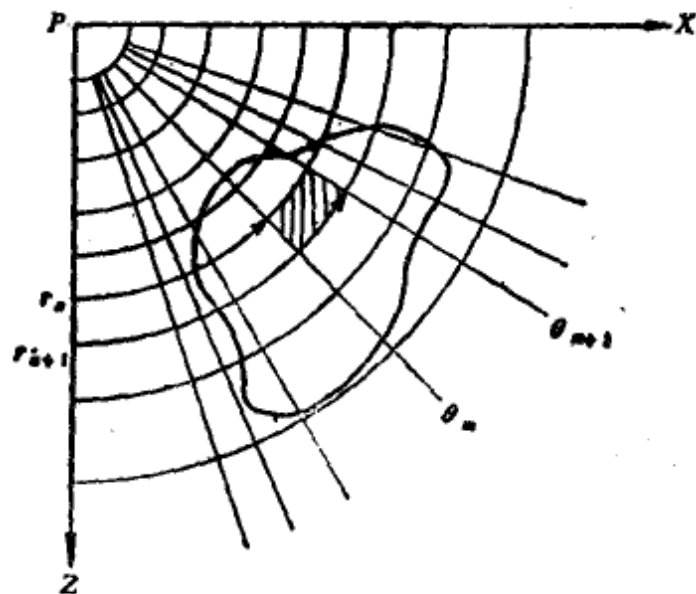


图4-17 将二度体截面分割成多个小扇形

1. 磁性体正演

■ 复杂形体的磁场

均匀磁化的任意形态三度体，一般采用微元法计算其磁场，结果是近似的。

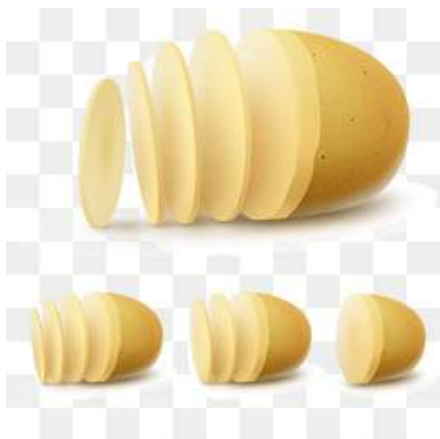
基本思想：先将磁性体分割成若干个小的规则形体（单元），对于每个规则形体，可由解析法得出它在测点的磁场值，然后将这些小单元的磁场值相加，即得出整个磁体的磁场值。

$$U = -\frac{M}{4\pi} \cdot \nabla \iiint_V \frac{1}{r} dv$$

根据划分单元形状的不同，分成体元法（长方体）、面元法（平行薄片）、线元法（细长棱柱）。

1. 磁性体正演

■ 复杂形体的磁场



线元法



直立面元法

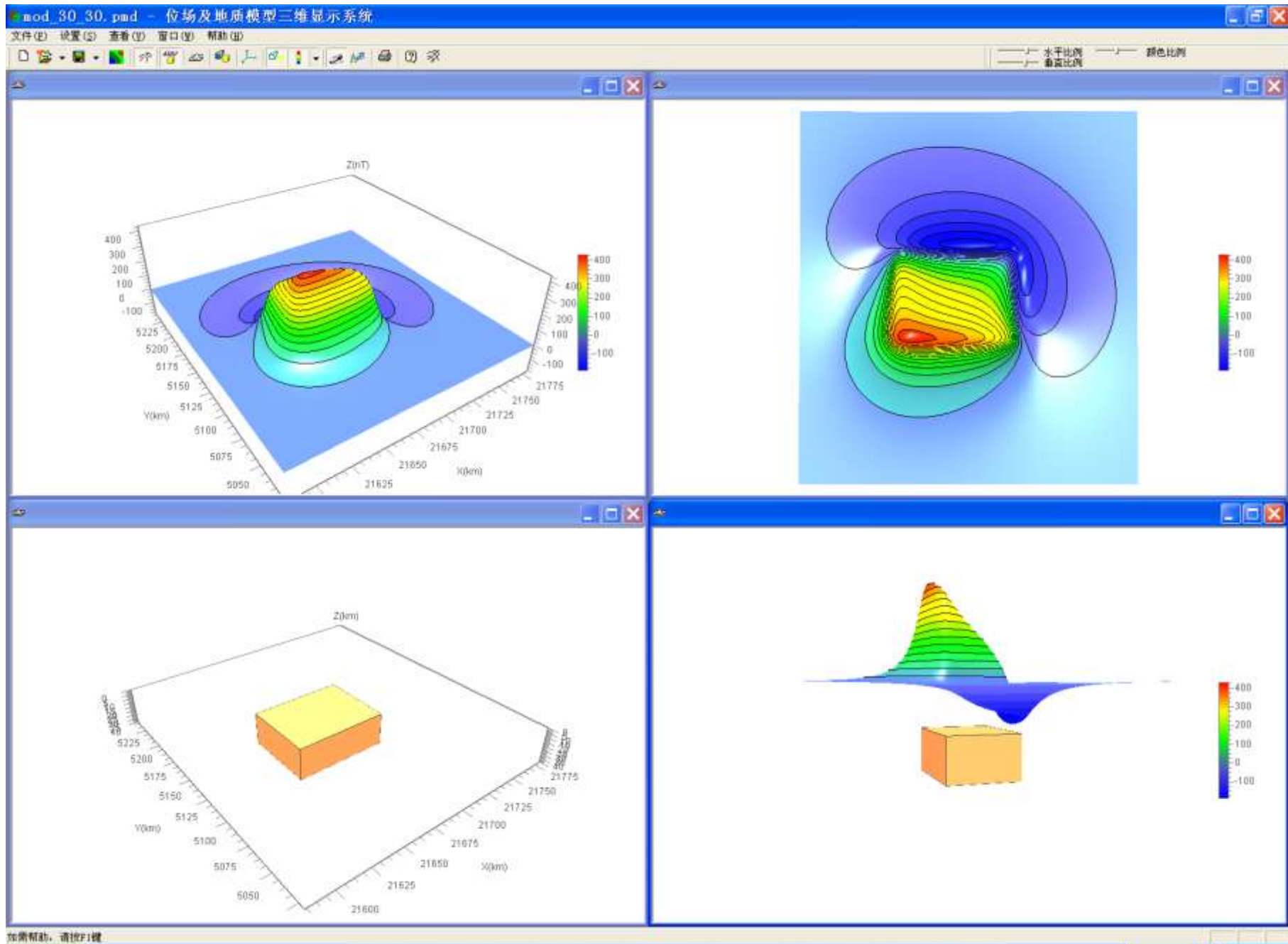


体元法



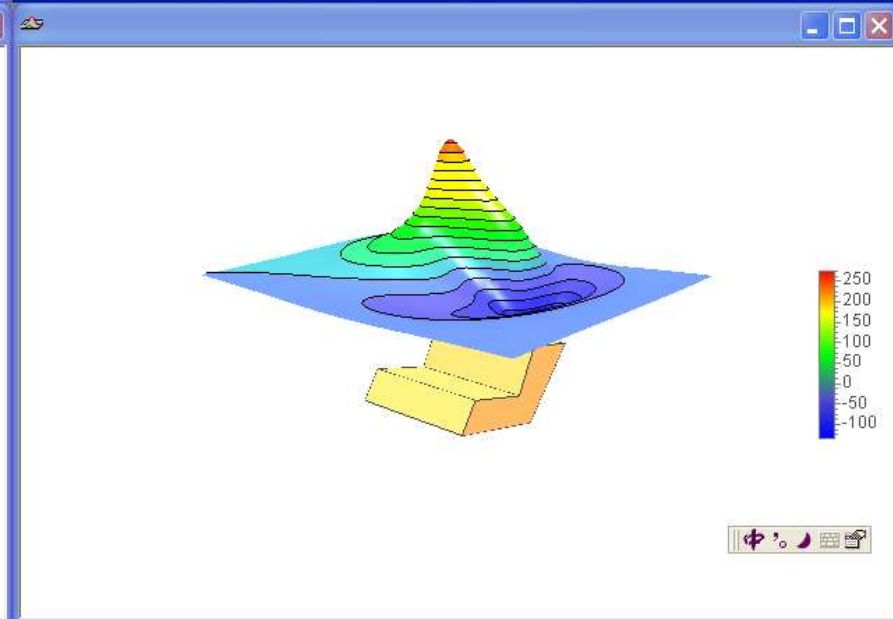
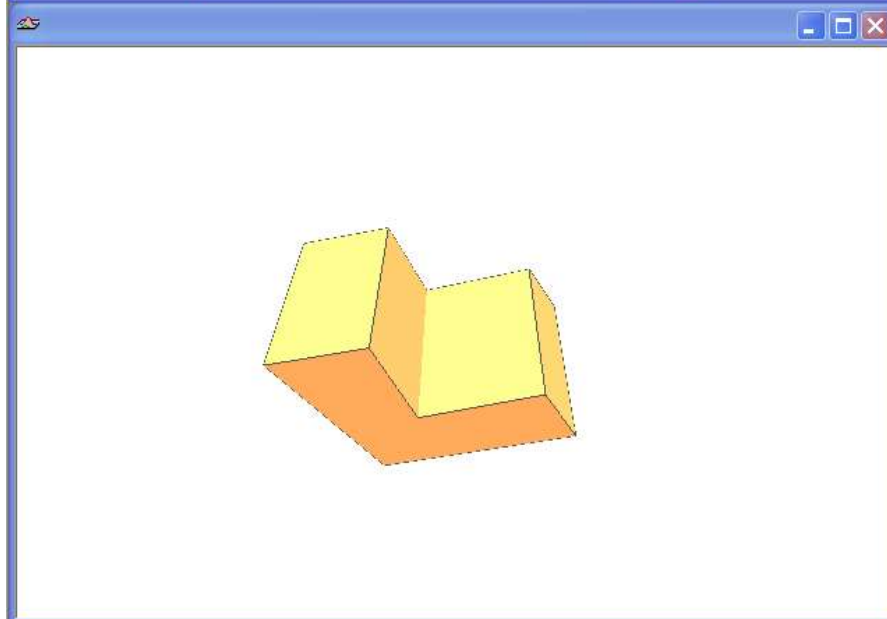
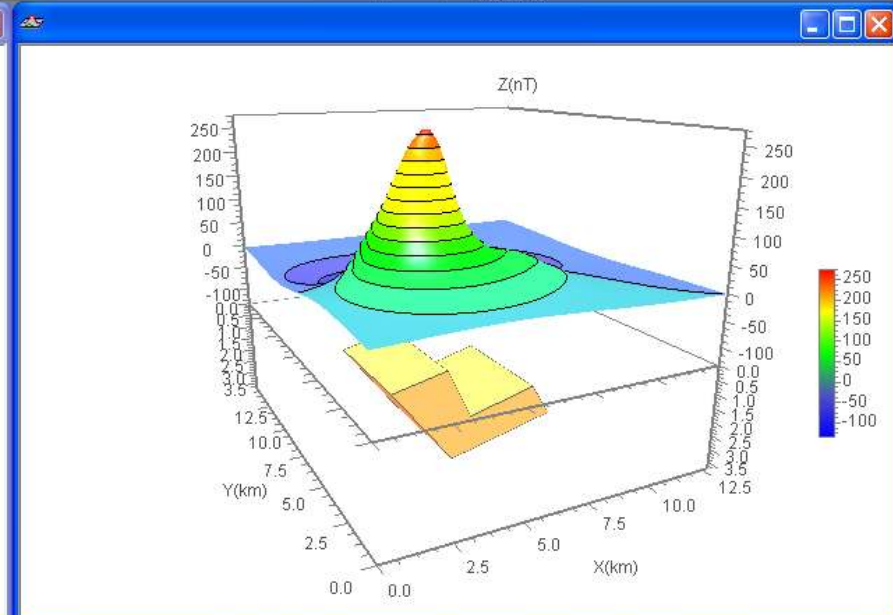
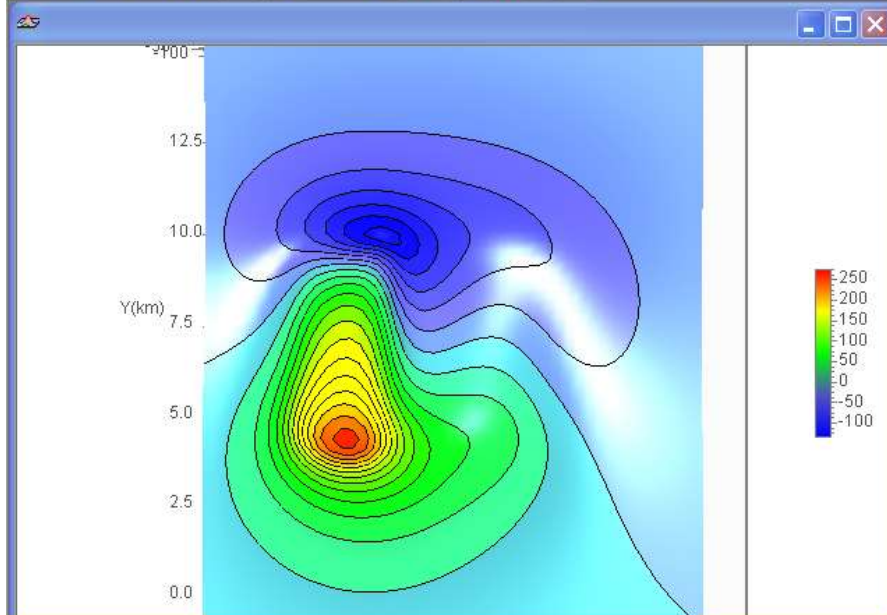
水平面元法







水平比例 垂直比例 颜色比例



1. 磁性体正演

■ 决定磁异常特征的主要因素

1、磁性体的形状和大小

$$Z_a = \frac{\mu_0 m_s}{4\pi(x^2 + R^2)^{5/2}} \left[(2R^2 - x^2) \sin i_s - 3Rx \cos i_s \right]$$

● 形状：决定磁异常的平面形态

⎧ 三度体（柱体、球）→等值线形状为“等轴状”
⎩ 二度体（水平圆柱、板等）→等值线形状为“狭长状”

● 大小（埋深相同时）：决定磁异常的幅值及范围

2、磁性体的下延深度

决定磁异常正、负值的分布规律

⎧ 下延很大，无负磁异常（顺层磁化）或仅一侧有负值；
⎩ 下延有限，正异常的两侧均出现负值。

1. 磁性体正演

■ 决定磁异常特征的主要因素

3、磁性体的倾角 (α)

α 的影响较复杂，因为磁异常的特征不单纯取决于 α ，而是取决于 α 与 i 之差，一般来讲：

- 当 $\alpha = i$ 时 $\left\{ \begin{array}{l} \text{磁性体为无限延深，侧Za曲线为纵轴对称} \\ \text{磁性体为有限延深，侧Za曲线不对称} \end{array} \right.$
- 当 $\alpha \neq i$ 时，Za曲线不对称。

4、磁性体的走向

- 走向长度：决定磁异常的平面等值线的形状
 - $\left\{ \begin{array}{l} \text{磁体走向长度很大} \rightarrow \text{平面等值线形状为“狭长状”} \\ \text{磁体走向长度不明显} \rightarrow \text{平面等值线形状为“等轴状”} \end{array} \right.$
- 走向方向：决定了 M_s 的大小和方向 (i)，从而决定了磁异常的对称性。

1. 磁性体正演

■ 决定磁异常特征的主要因素

5、磁性体的磁化强度

- 磁化强度的大小：决定磁异常的幅值的大小
- 磁化强度的方向：决定磁异常的对称性

6、磁性体的埋深

决定磁异常幅值、范围及梯度变化

- 磁体埋深大：异常的幅值小、范围大、梯度小；
- 磁体埋深小：异常的幅值大、范围窄、梯度大。

目 录

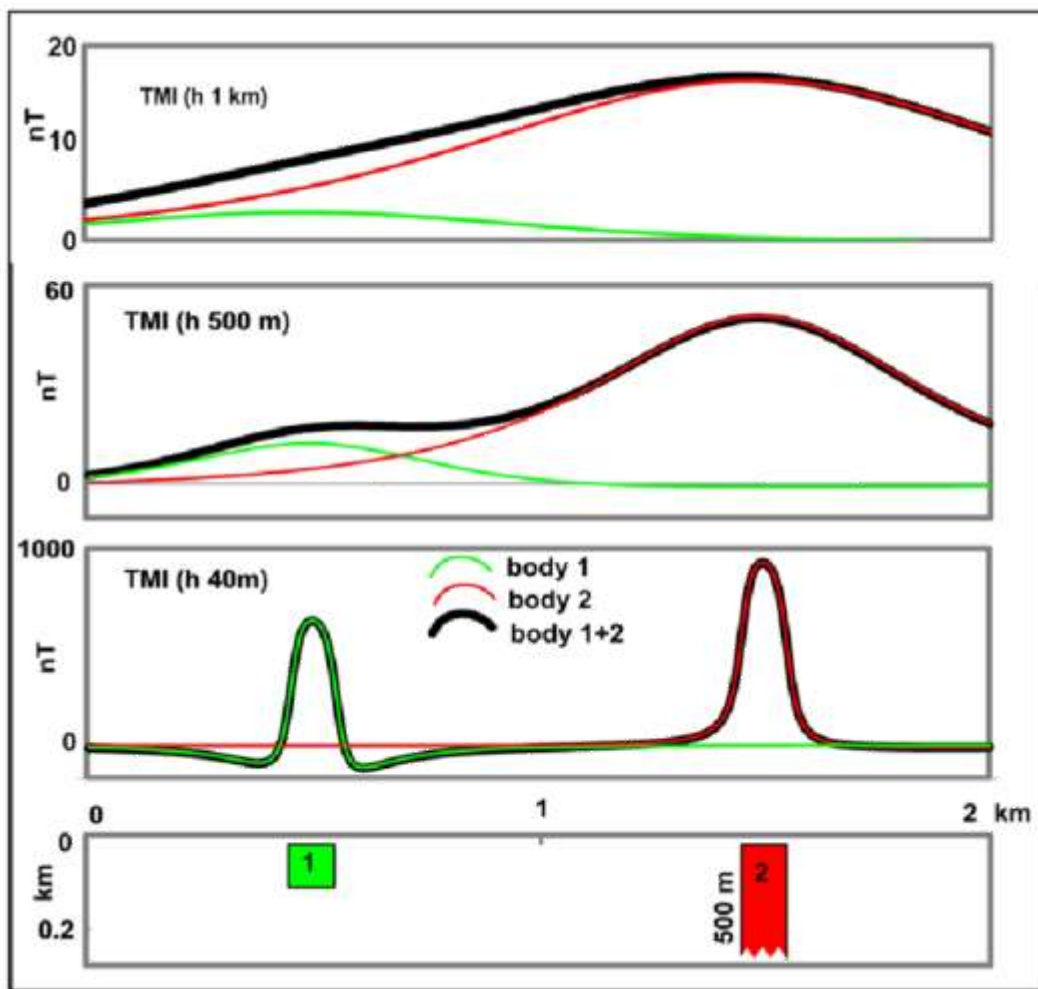
地磁部分章节

第三章 磁力资料处理与正反演

1. 磁性体正演

2. 磁异常的处理与转换

课前知识



如何区分不同尺寸
的异常体？



课程目标与思考

■ 学习目标

掌握磁异常不同处理与转换方法的原理和应用条件



■ 回顾与思考

什么是导数

频谱分析

局部异常和区域异常



2. 磁异常的处理与转换

■ 目的

- ✓ 复杂→简化（曲面→平面；迭加→孤立等）；
- ✓ 满足解释条件（某分量→另一分量；磁场值→频谱值）；
- ✓ 突出磁异常某一方面特点（上延→压制浅部、突出深部；
滤波→突出浅或深或中间）。

2. 磁异常的处理与转换

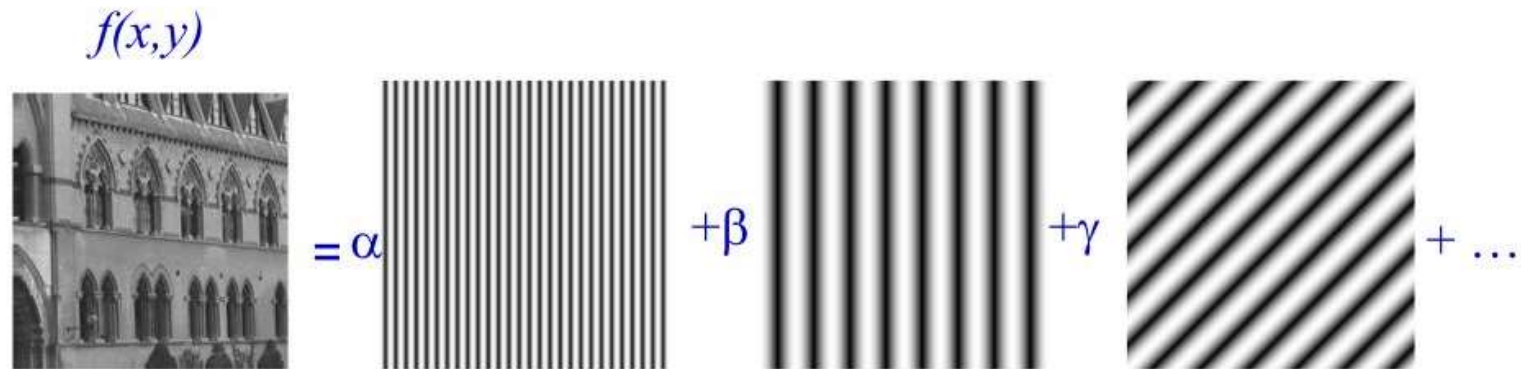
■ 主要内容

- ✓ 去噪
- ✓ 数据网格化
- ✓ 磁场空间延拓（曲化平、向上延拓、向下延拓）
- ✓ 分量转换（ ΔT 、 Z_a 、 H_{ax} 、 H_{ay} ）
- ✓ 导数转换（垂向、水平高阶导数）
- ✓ 不同磁化方向转换（化磁极）
- ✓ 场分离
- ✓ 欧拉反褶积
- ✓ 三度体异常转换为二度体异常
- ✓ 功率谱分析
- ✓ 视磁化率

2. 磁异常的处理与转换

■ 方法分类

磁异常转换处理的方法包括空间域和频率域两类。频率域方法由于速度快，方法简单等优点。



信号的频谱分解

2. 磁异常的处理与转换

■ 处理原则

一是应当合理地选择处理转换的方法。使用者必须掌握各种处理转换方法的原理和应用条件。

二是磁异常的处理转换只是一种数学加工处理，它能使资料中某些信息更加突出和明显，如提高异常的信噪比，但不能获得在观测数据中不包含的信息。

2. 磁异常的处理与转换

■ 去噪

磁异常满足的物理方程

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

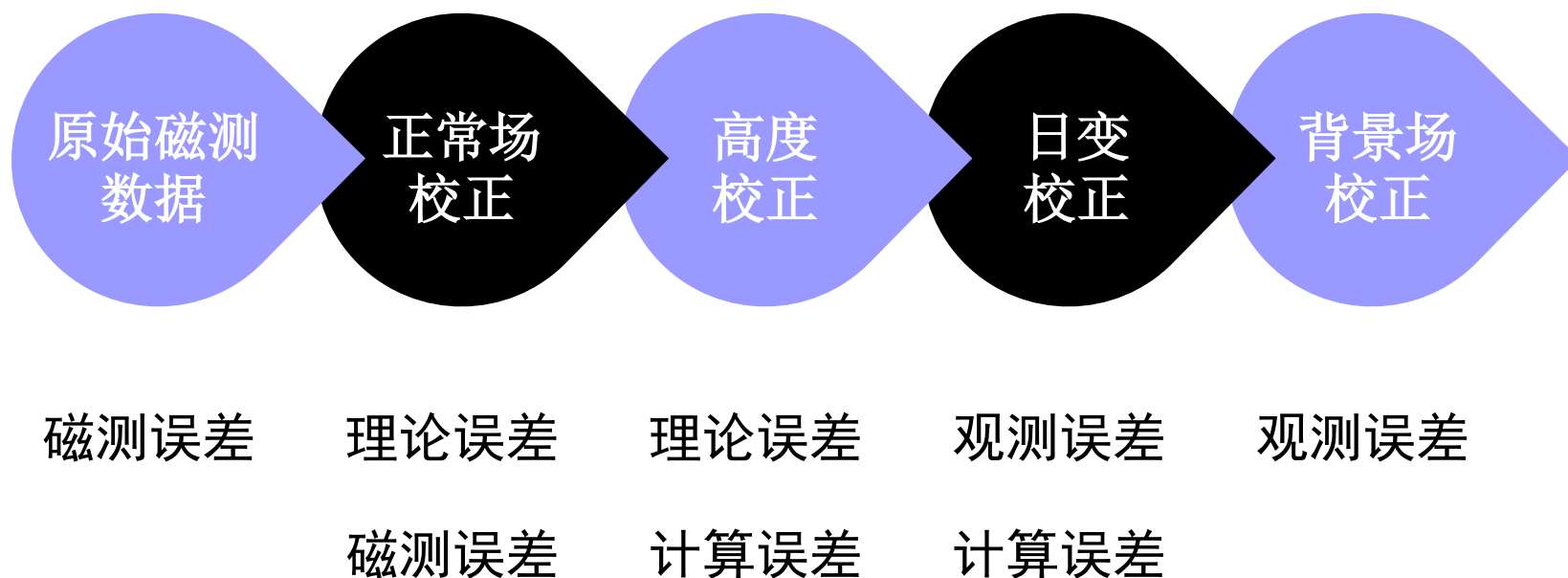
$$\mathbf{H} = -\nabla U$$

$$\nabla^2 U = 0$$

2. 磁异常的处理与转换

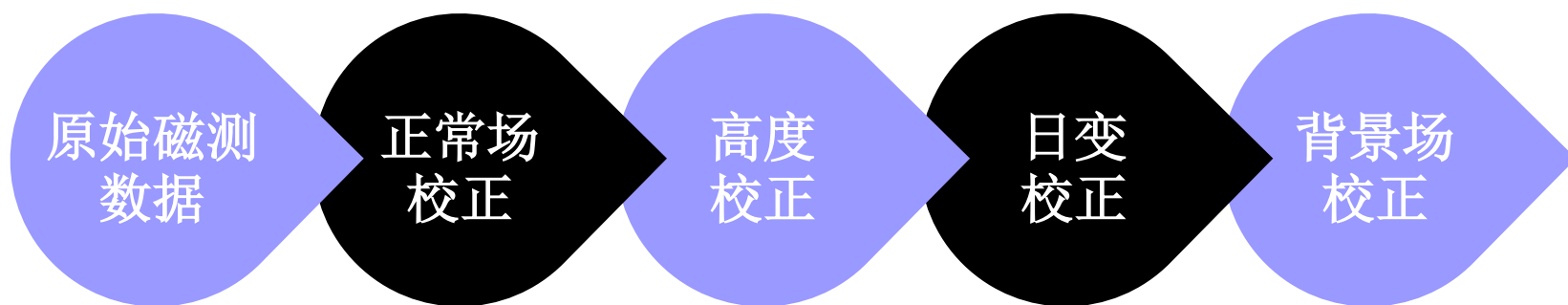
■ 去噪

原始磁测数据到磁异常



2. 磁异常的处理与转换

■ 去噪



实测磁异常和磁异常满足的物理方程不吻合

$$\nabla^2 U = 0$$

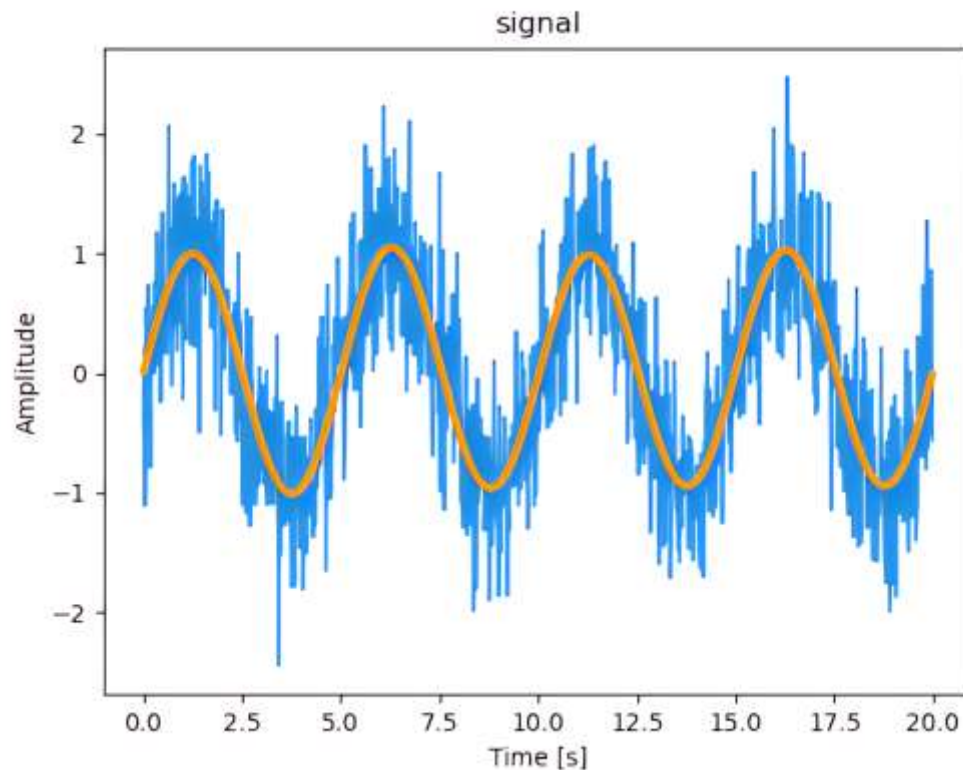
2. 磁异常的处理与转换

■ 去噪

✓徒手平滑法

✓巴特沃斯低通滤波

✓小波去噪



含噪信号

去噪后的信号

2. 磁异常的处理与转换

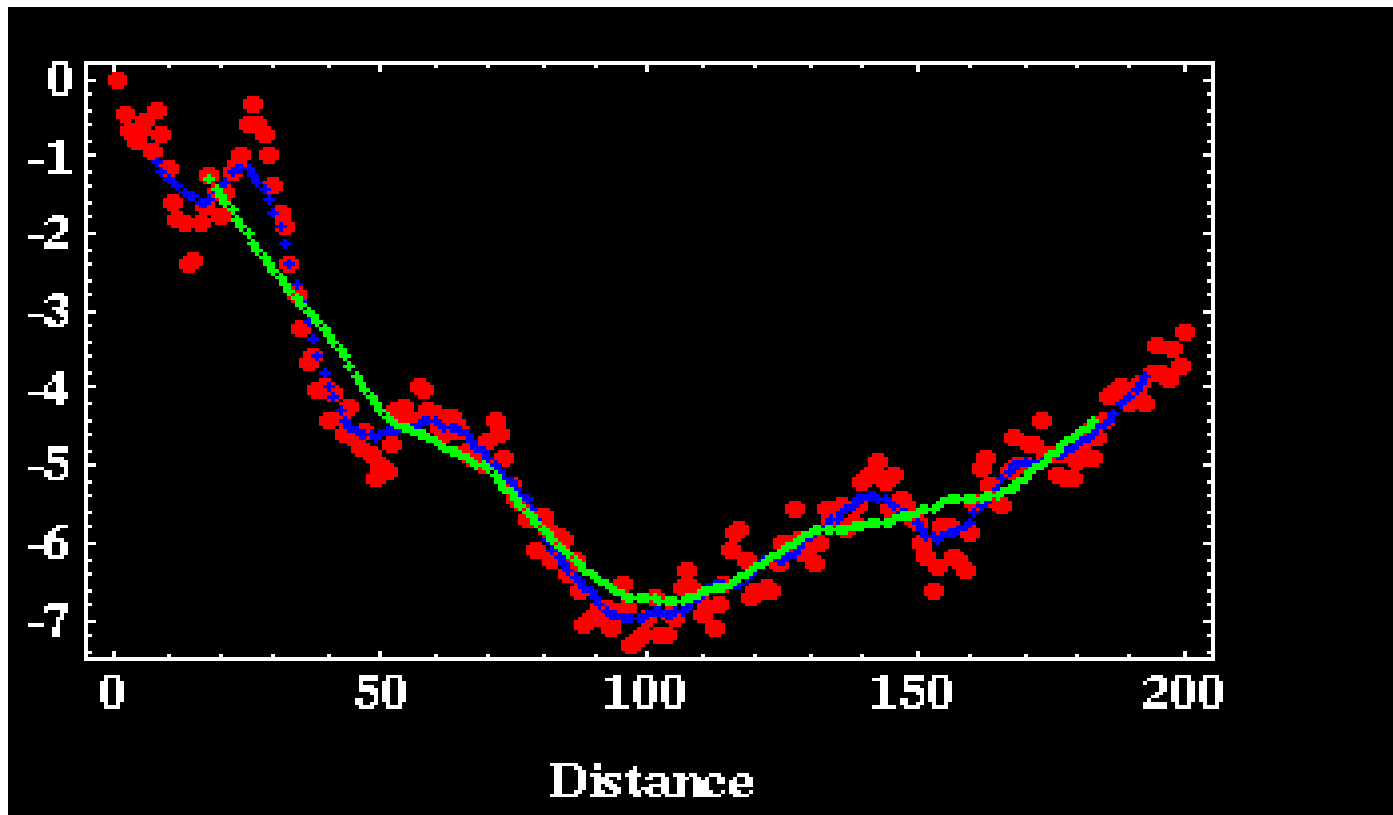
■ 去噪——徒手平滑法

人们依据观测剖面（数据）上的变化应具有一定的连续、渐变的规律，徒手修改平滑掉某些明显的突变点。这种做法的要求是：

- （1）平滑前后各相应点的观测值的偏差不应超过实测异常的均方误差；
- （2）尽可能使平滑前后剖面曲线所围成的面积相等，重心不变。

2. 磁异常的处理与转换

■ 去噪——徒手平滑法



2. 磁异常的处理与转换

■ 去噪——最小二乘平滑法

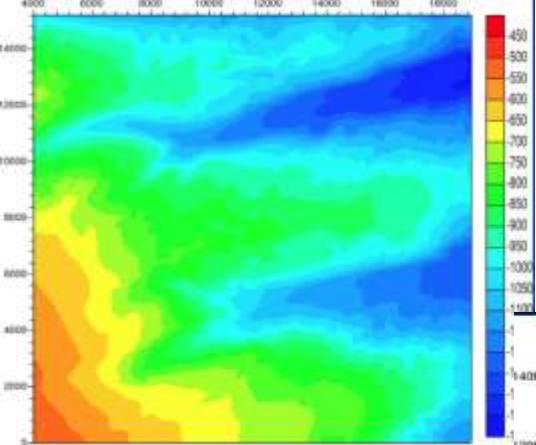
偶然误差不会改变磁异常曲线的形态，因此通过多项式来拟合这种趋势。最小二乘的核心思想是误差平方和最小。

$$f^*(x) = \sum_{i=0}^N a_i x^i \quad \delta = \sum_{j=1}^M \left[f^*(x_j) - f(x_j) \right]^2$$

多项式最小二乘

Signal为原始信号， signal_smooth为平滑后的信号

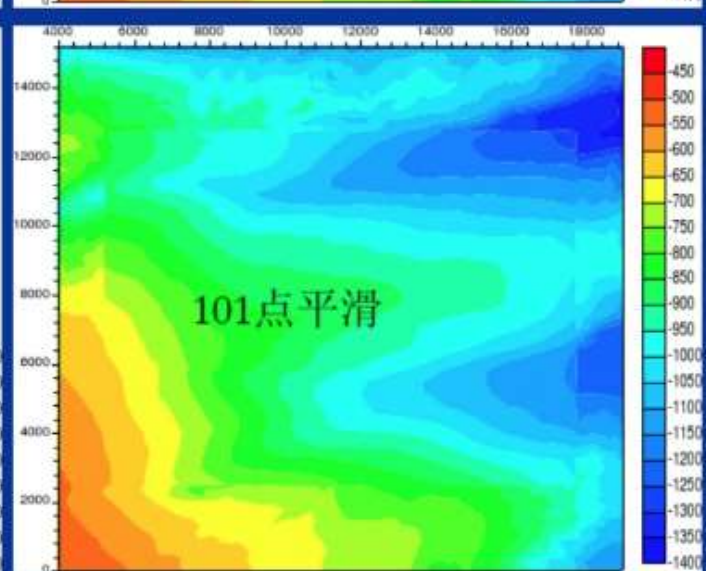
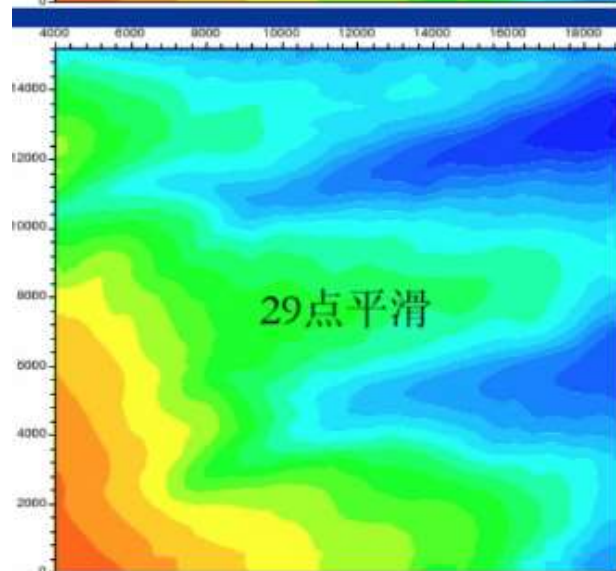
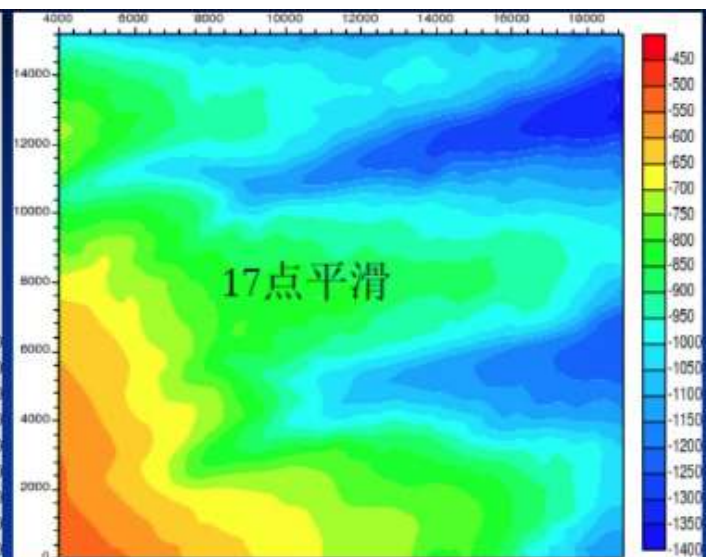
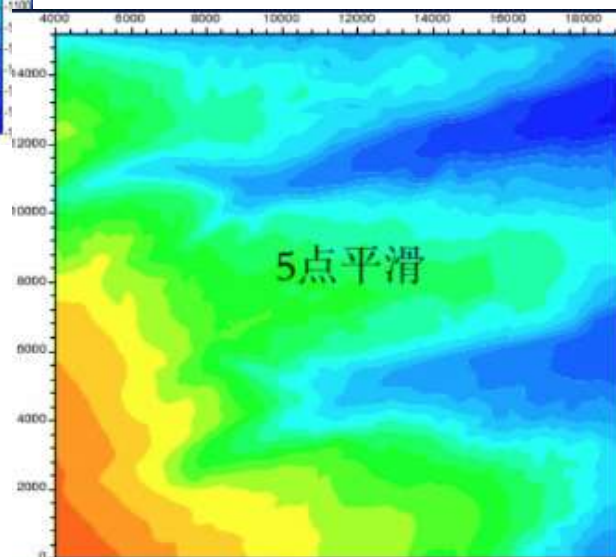
```
M=5;          %%%平滑点数,为奇数%% %%%  
N=2;          %%%平滑次数%% %%%  
for k=1:N  
    for i=fix(M/2)+1:length(signal)-fix(M/2)  
        sum=0;  
        for j=i-fix(M/2):i+fix(M/2)  
            sum=sum+signal(j);  
        end  
        signal_smooth(i)=sum/M;  
    end  
    signal=signal_smooth;  
end
```

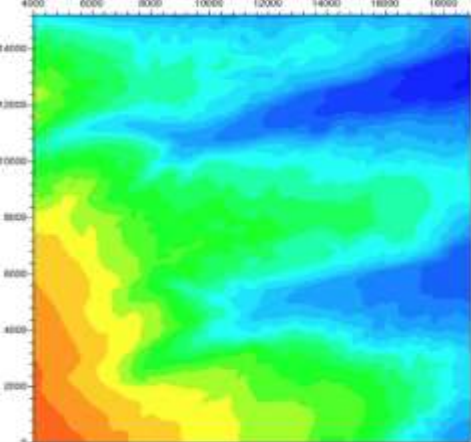


原始磁异常

一次多项式

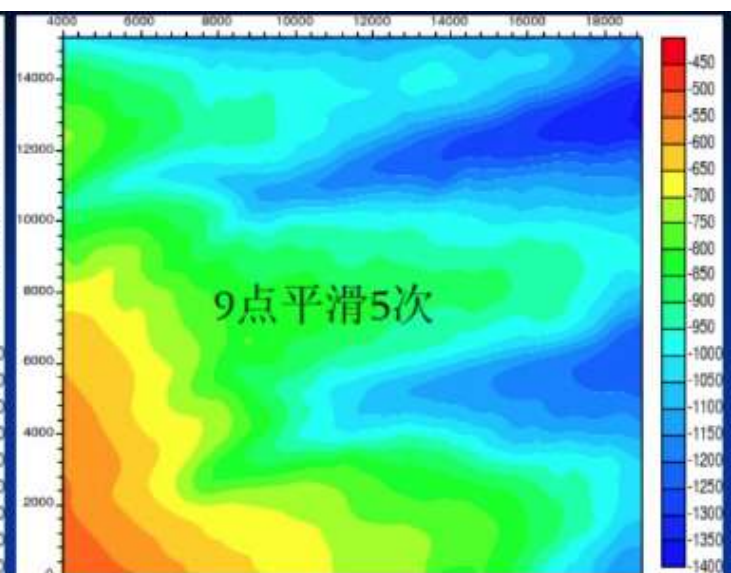
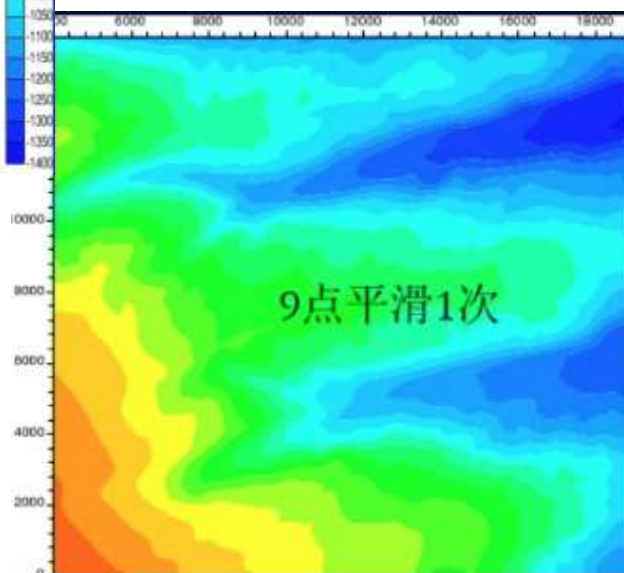
平滑点数越
多，平滑效
果越明显



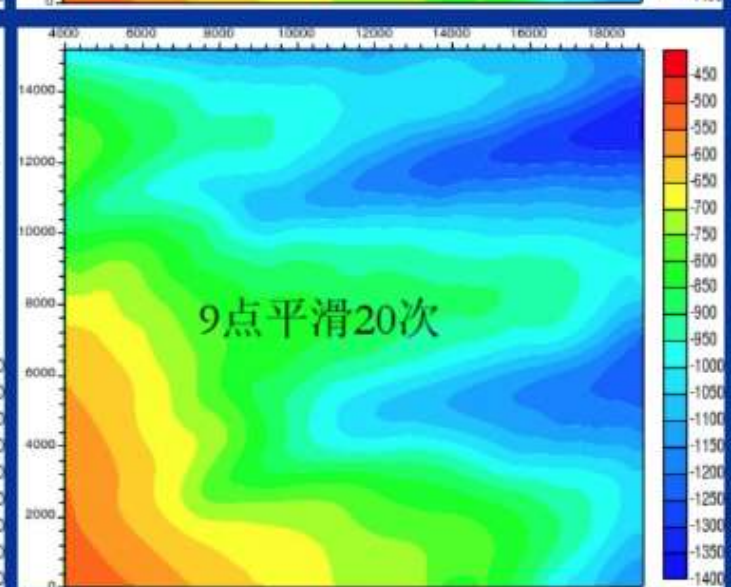
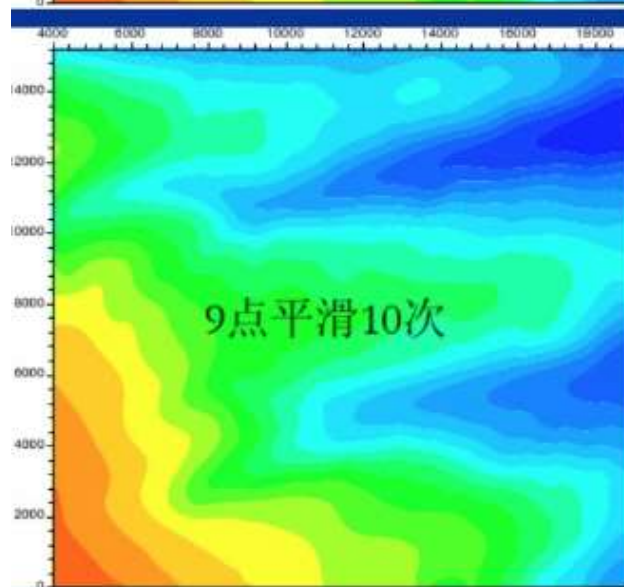


原始磁异常

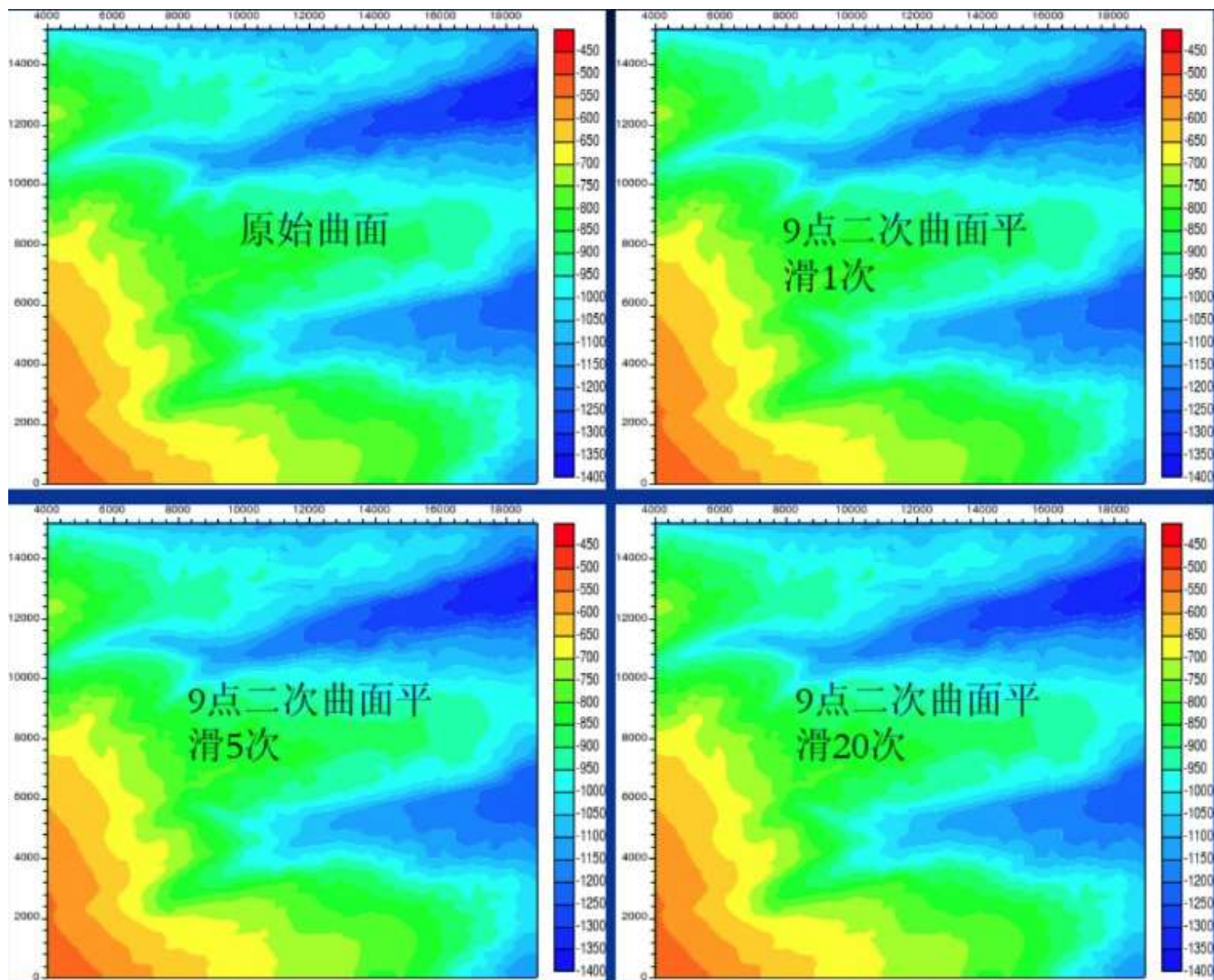
一次多项式



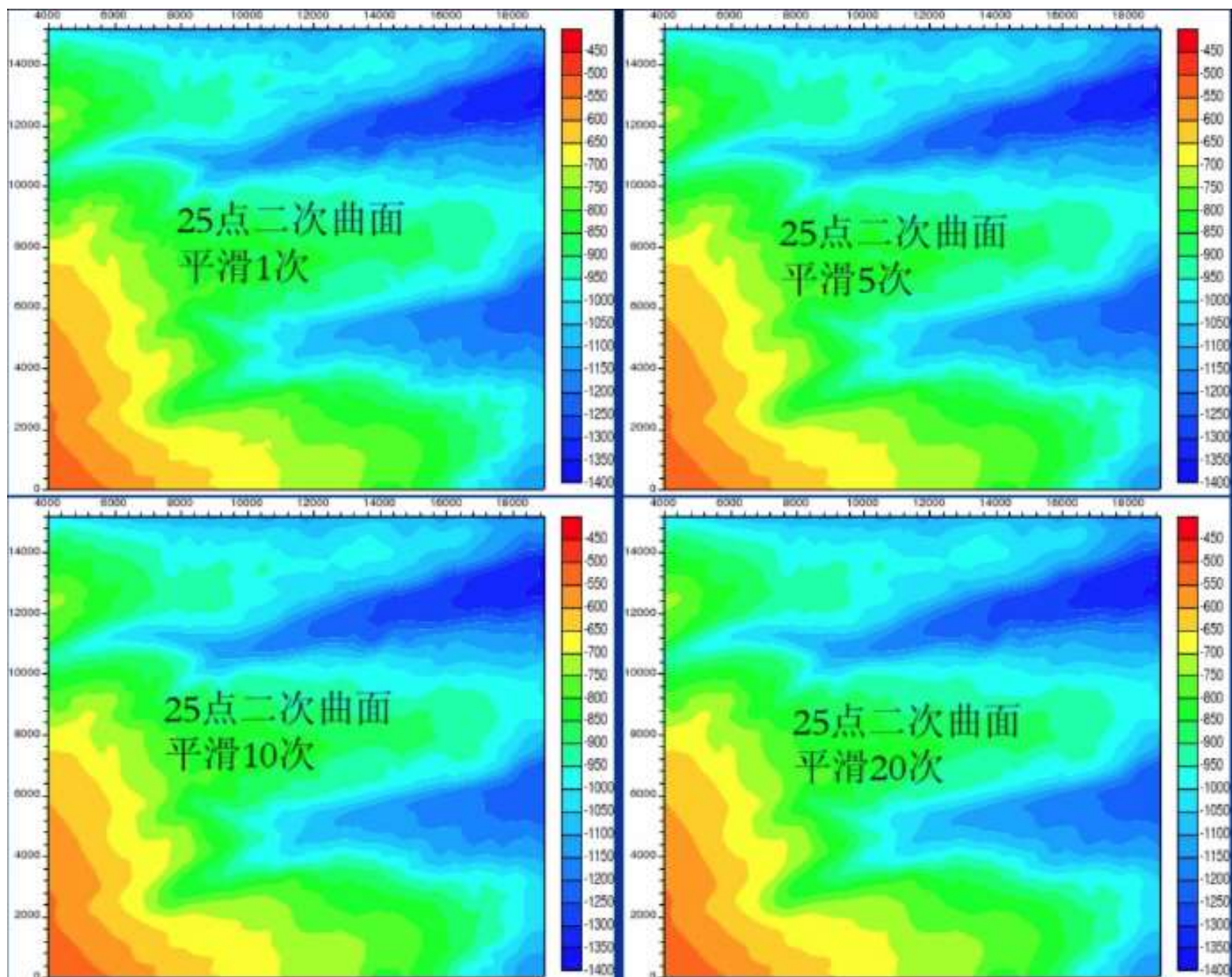
平滑次数越
多，平滑效
果越明显



二次多项式
平滑效果好
于一次多项
式，高频信
息保留较好



二次多项
式 25点平
滑效果好
于9点



研究表明，对于不同阶次，不同点数的平滑公式，其平滑的效果有以下结论：

- ①当点数一定，阶次越低越平滑；
- ②阶次一定，点数越多结果越平滑；
- ③不同阶次和不同点数的结合有时可能得到相似的平滑效果。

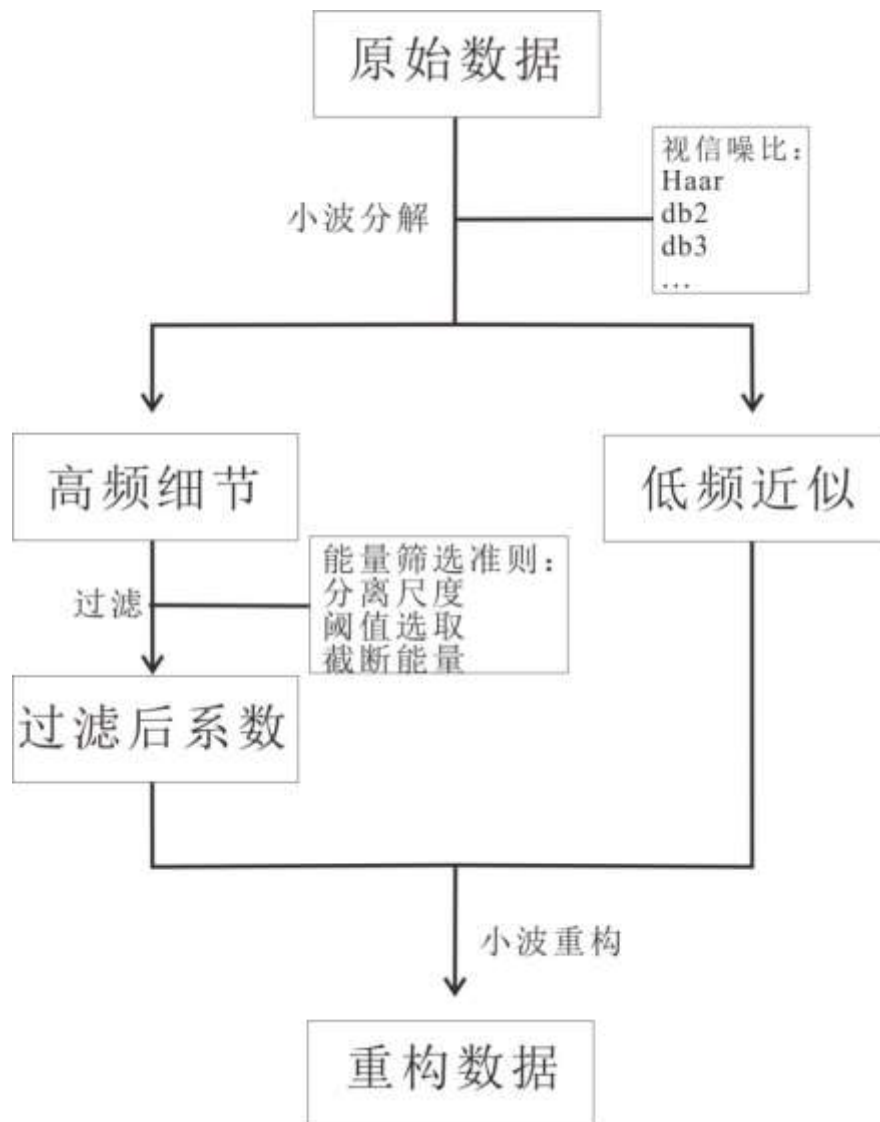
所以实际工作中在能达到目的的前提下，尽量利用较少的点参加平滑。这样既能节省计算工作量，又可减少周围点的损失。平滑就其本意是为了消除研究点的偶然误差，但本着数据处理的目的，平滑法尤其是大点距平滑的结果可以用来研究区域场形态，起到压制浅层干扰的作用。

2. 磁异常的处理与转换

■ 去噪——小波域

关键问题：

- 1、信噪分离尺度的确定
- 2、小波基函数的选择
- 3、阈值选取
- 4、截断能量值的选取

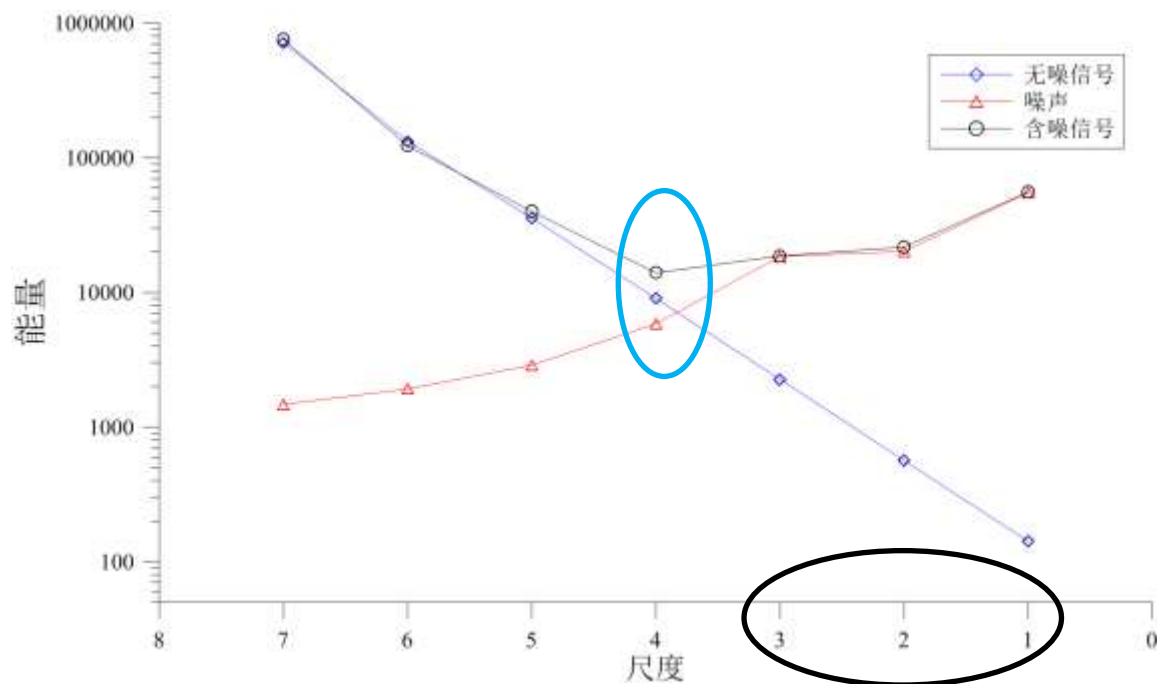


2. 磁异常的处理与转换

■ 去噪

在小尺度信号占优

在大尺度噪声占优



2. 磁异常的处理与转换

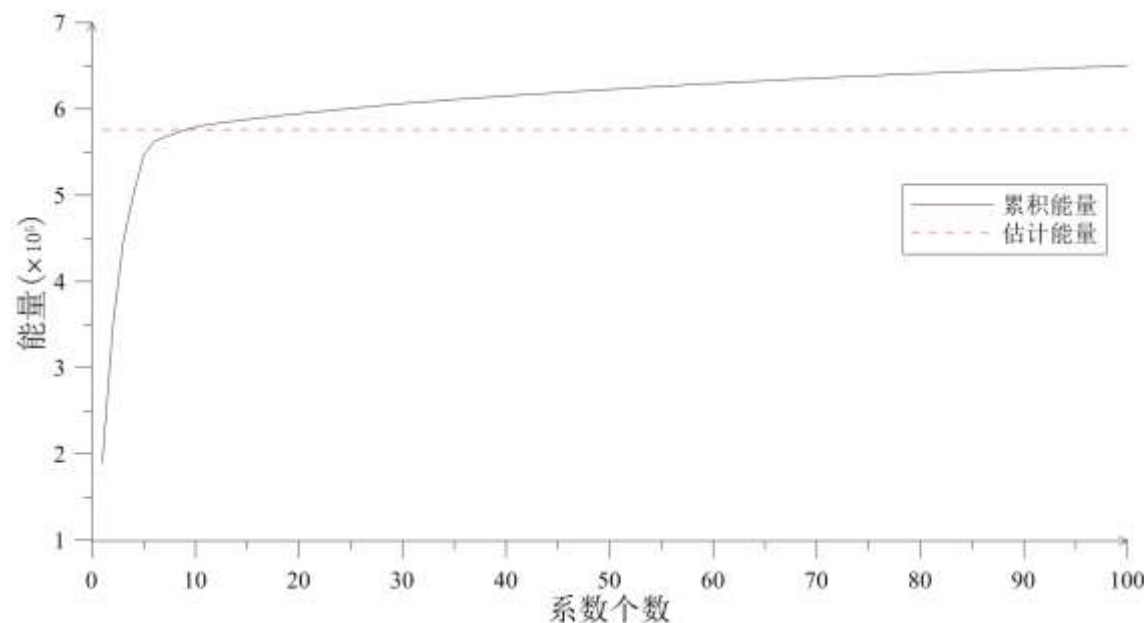
■ 去噪

$$\text{硬阈值: } c'_{ij} = \begin{cases} c_{ij} & |c_{ij}| \geq \delta \\ 0 & |c_{ij}| < \delta \end{cases}$$

$$\text{估计能量: } e_s = \sum_{j=\gamma}^J e_j$$

噪声幅值较小

信号幅值较大

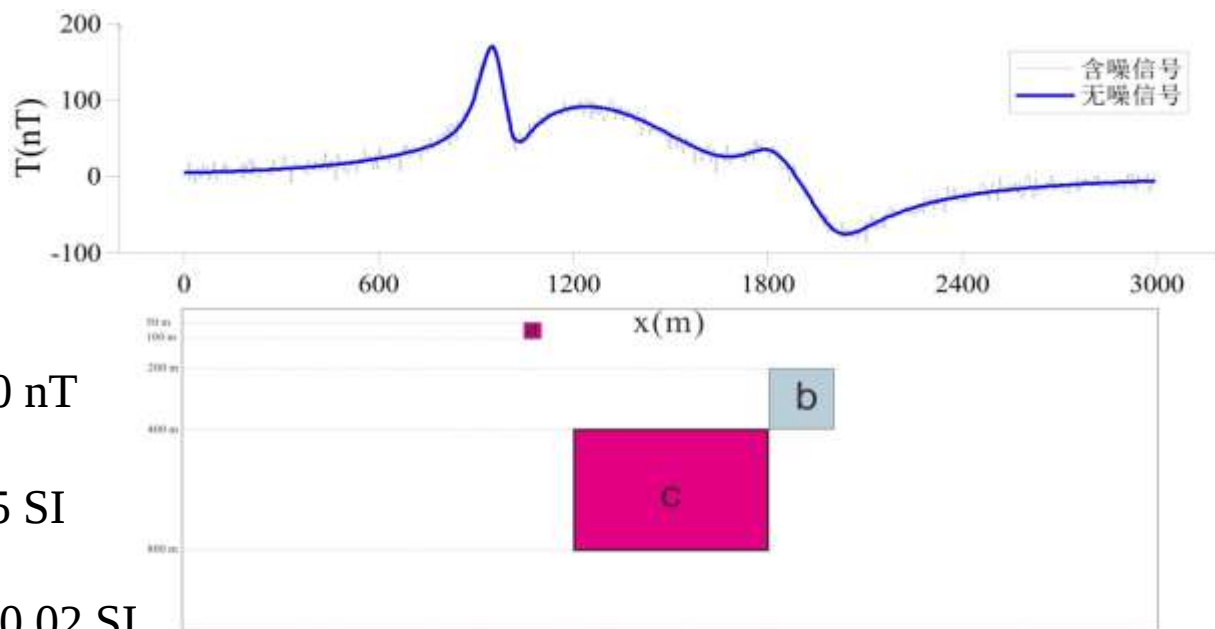


2. 磁异常的处理与转换

■ 去噪

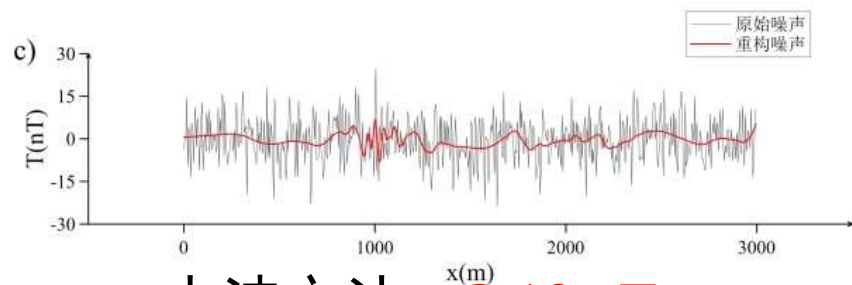
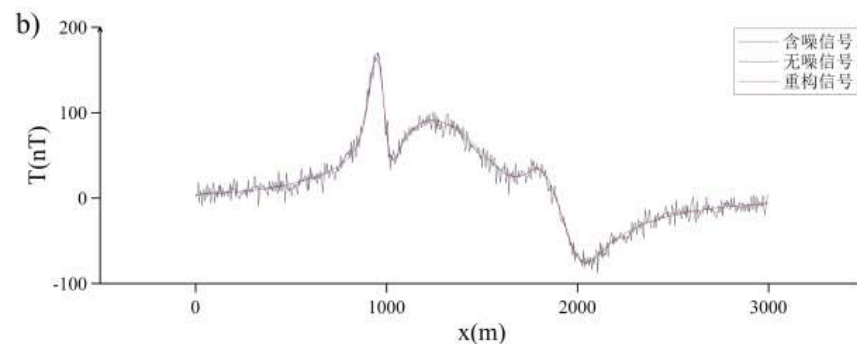
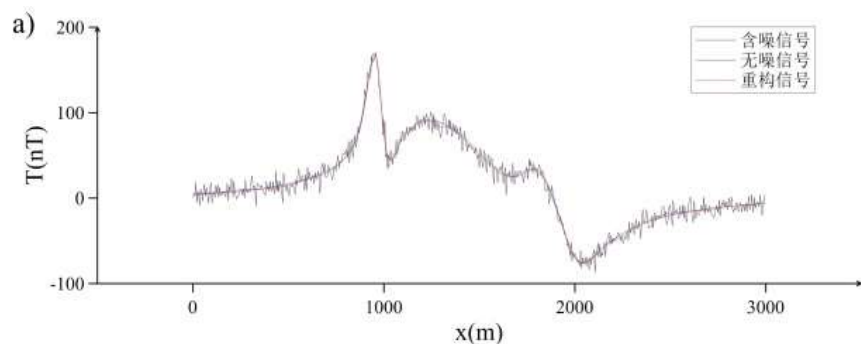
模型参数

- 磁倾角 I 为 45°
 - 磁偏角 D 为 45°
 - 地磁场强度 T_0 为50000 nT
- a) $50 \times 50 \times 50 \text{ m}^3$; 0.05 SI
- b) $200 \times 200 \times 200 \text{ m}^3$; 0.02 SI
- c) $600 \times 600 \times 400 \text{ m}^3$; 0.05 SI

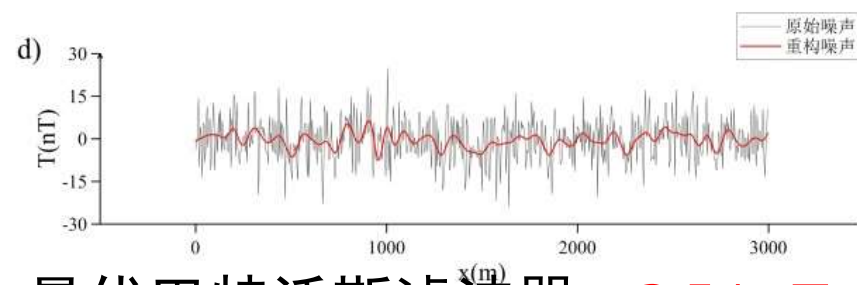


2. 磁异常的处理与转换

■ 去噪



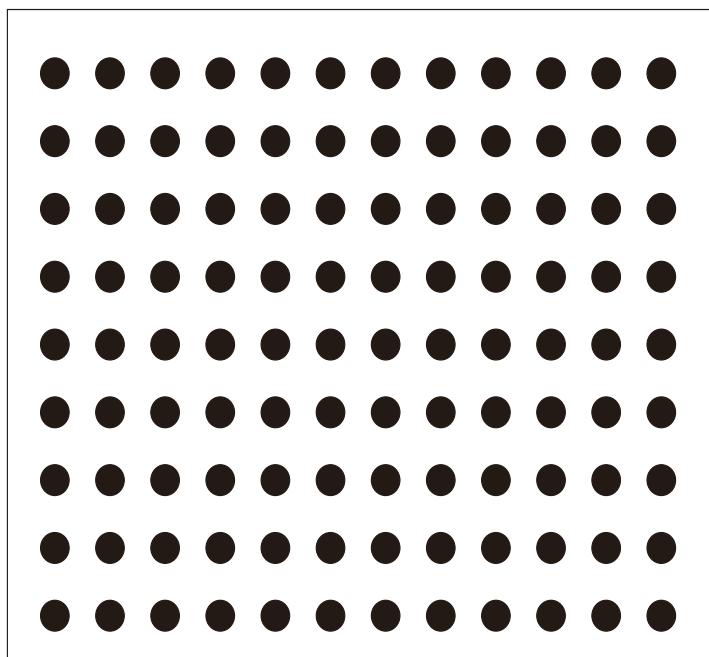
小波方法: 2.10 nT



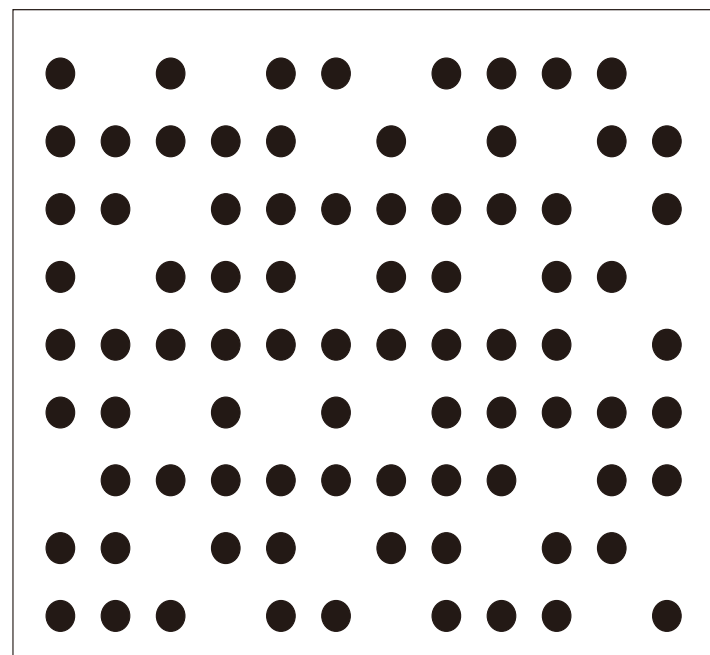
最优巴特沃斯滤波器: 2.54 nT

2. 磁异常的处理与转换

■ 数据网格化（插值）



理想数据分布



实际数据分布

数据网格化的作用？

2. 磁异常的处理与转换

■ 数据网格化（插值）

- ✓ 线性插值
- ✓ 拉格朗日插
- ✓ 样条插值
- ✓ 泰勒多项式插值
- ✓ 最小曲率法
- ✓ 克里金法
- ✓



了解地球物理领域常用的画图软件

2. 磁异常的处理与转换

■ 数据网格化（插值）

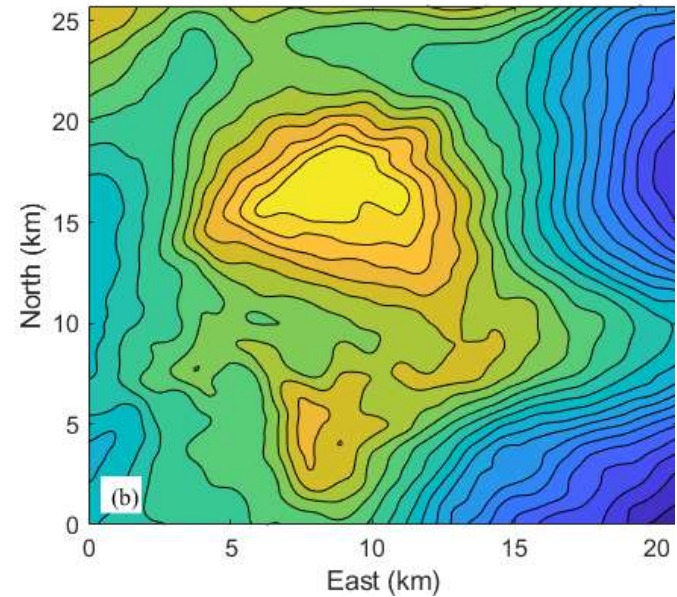
✓ 泰勒多项式插值

$$\begin{pmatrix} \frac{(\pm\Delta y_1)}{1!} & \frac{(\pm\Delta y_1)^2}{2!} & \cdots & \frac{(\pm\Delta y_1)^n}{n!} & \frac{(\pm\Delta y_1)^{n+1}}{(n+1)!} \\ \frac{(\pm\Delta y_2)}{1!} & \frac{(\pm\Delta y_2)^2}{2!} & \cdots & \frac{(\pm\Delta y_2)^n}{n!} & \frac{(\pm\Delta y_2)^{n+1}}{(n+1)!} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{(\pm\Delta y_n)}{1!} & \frac{(\pm\Delta y_n)^2}{2!} & \cdots & \frac{(\pm\Delta y_n)^n}{n!} & \frac{(\pm\Delta y_n)^{n+1}}{(n+1)!} \\ \frac{(\pm\Delta y_{n+1})}{1!} & \frac{(\pm\Delta y_{n+1})^2}{2!} & \cdots & \frac{(\pm\Delta y_{n+1})^n}{n!} & \frac{(\pm\Delta y_{n+1})^{n+1}}{(n+1)!} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f'_y(x, y, z) \\ f''_y(x, y, z) \\ \vdots \\ f_y^n(x, y, z) \\ f_y^{n+1}(x, \xi, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x, y \pm \Delta y_1, z) - f(x, y, z) \\ f(x, y \pm \Delta y_2, z) - f(x, y, z) \\ \vdots \\ f(x, y \pm \Delta y_n, z) - f(x, y, z) \\ f(x, y \pm \Delta y_{n+1}, z) - f(x, y, z) \end{pmatrix}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 数据网格化（插值）

✓ 泰勒多项式插值



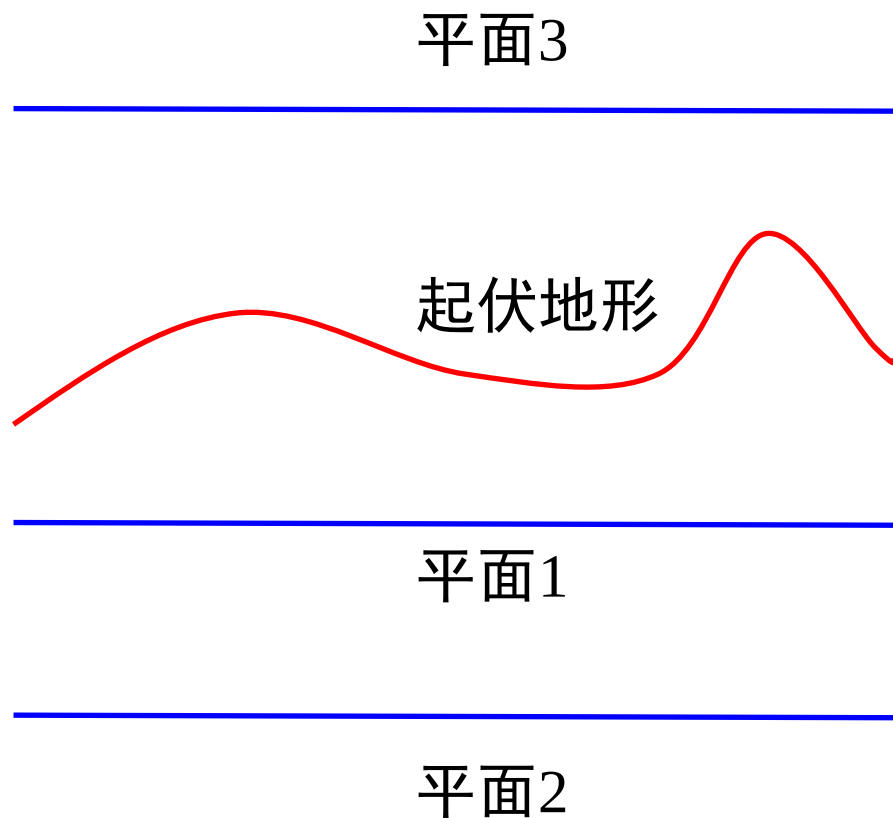
2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

✓ 向上延拓

✓ 向下延拓

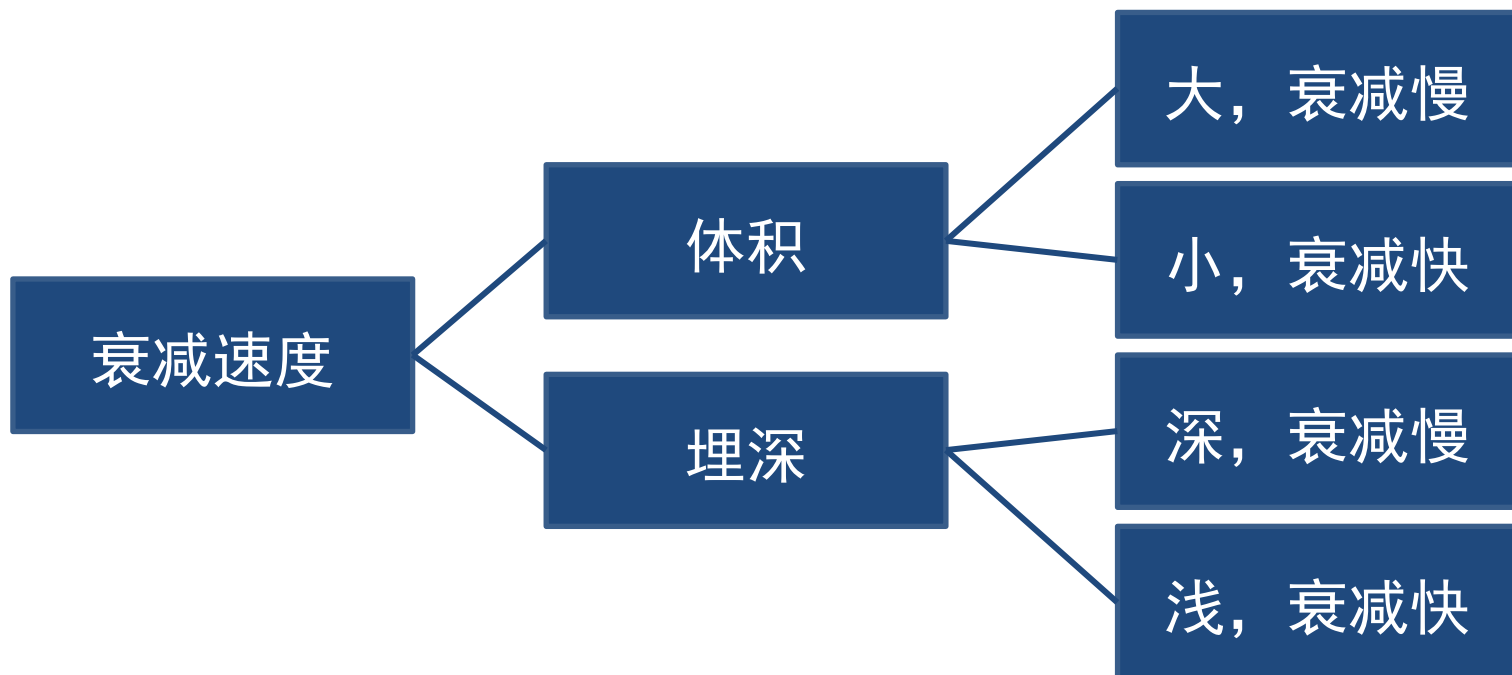
✓ 曲化平



延拓是把原观测面的磁异常通过一定的数学方法转换到其它平面或者曲面上的过程。

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓



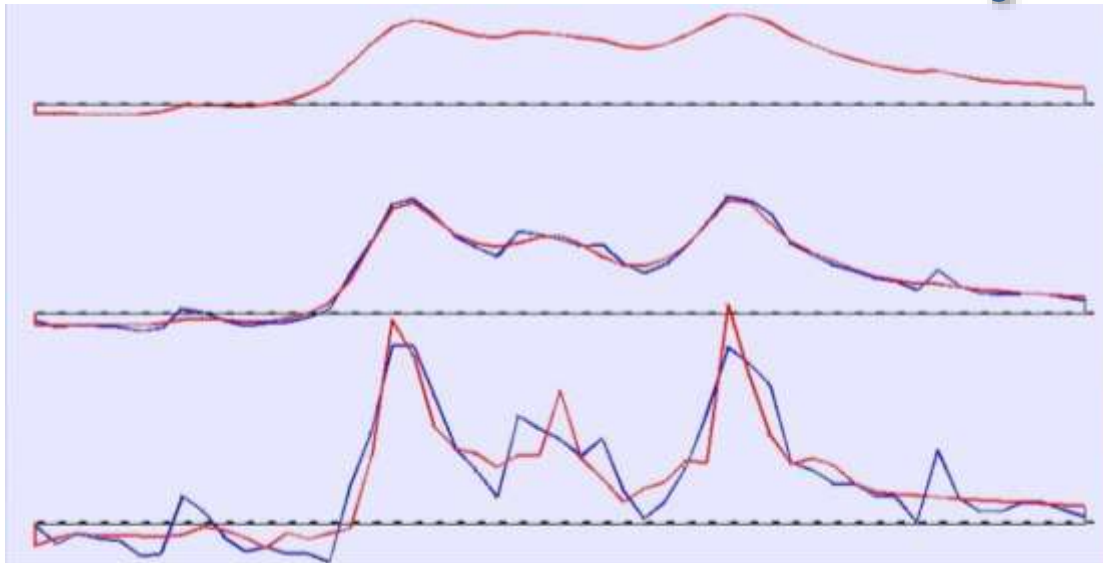
这里衰减指的是幅值

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向上延拓

可以通过向上延拓来压制局部异常的干扰，反映出深部大的地质体。



2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向上延拓

- 磁异常为位函数，磁性体外部空间的磁场和磁位均具有调和函数的性质。
- 调和函数的性质：在调和域中满足拉普拉斯方程且具有连续的一、二阶导数；
- 调和域中函数值可以通过域边界上的函数值及法向导数值来计算。

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向上延拓

- 把观测面以上的半空间作为调和域D，在域内磁场随着观测面和磁性体之间距离的增加而衰减，到无穷远趋于零，且域内满足拉普拉斯方程。
- 磁测数据通常是在地表或近地表取得，如果测区有足够的范围，在观测面上已有实测的磁异常及法向导数，则可求出观测面上半空间中的磁异常，即实现了磁异常的解析延拓。

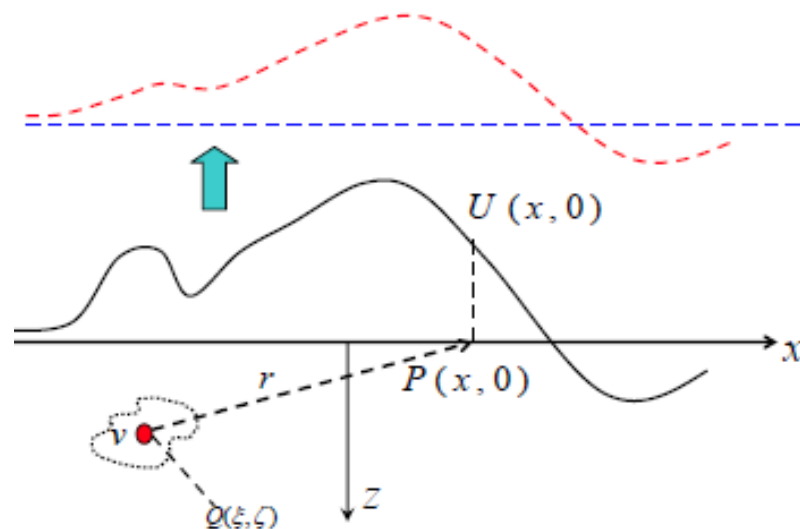
2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向上延拓

从位场理论来说，就是要求找出函数 U ，它在上半空间是调和的，在无穷远处是0，并在边界 $z=0$ 的平面上取已知值 $U(x,0)$ ，这是半空间狄利克雷（Dirichlet）问题，即

$$\begin{cases} \nabla^2 U = 0 & (z < 0) \\ U|_{z=0} = U(x,0) \end{cases}$$



2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向上延拓

解为半平面的泊松积分

$$U(x, z) = -\frac{z}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(\xi, 0)}{(\xi - x)^2 + z^2} d\xi$$

$$\Delta T(x, z) = -\frac{z}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta T(\xi, 0)}{(\xi - x)^2 + z^2} d\xi$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向上延拓

$$U(x, z) = -\frac{z}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U(\xi, 0)}{(\xi - x)^2 + z^2} d\xi$$

设坐标原点O位于计算点下方实测剖面，延拓高度为 h

$$\begin{aligned} U(0, -h) &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{hU(\xi, 0)}{\xi^2 + h^2} d\xi \\ &= \frac{1}{\pi} \sum_{i=-\infty}^{\infty} \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \frac{hU(\xi, 0)}{\xi^2 + h^2} d\xi \\ &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{\overline{U}_i}{\pi} \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \frac{h}{\xi^2 + h^2} d\xi \end{aligned}$$

微元法

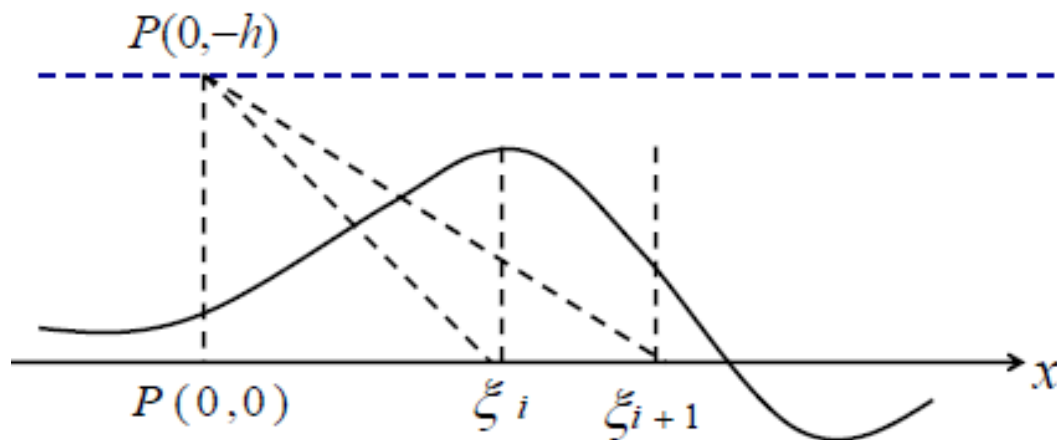
积分中值定理

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向上延拓

$$U(0, -h) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{\overline{U}_i}{\pi} \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \frac{h}{\xi^2 + h^2} d\xi$$



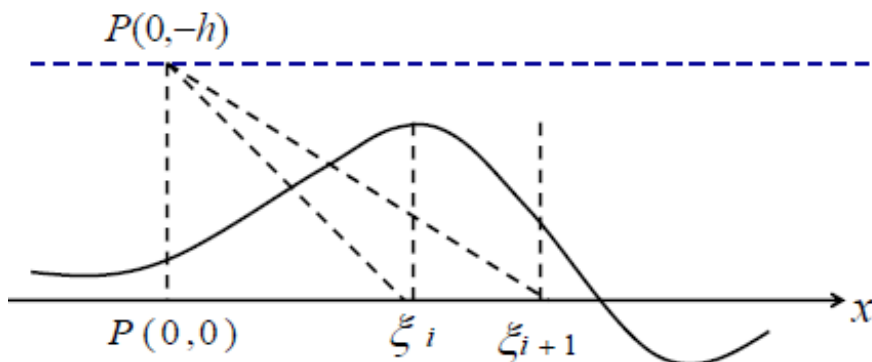
ξ_i, ξ_{i+1} ← 怎么选择?

2. 磁异常的处理与转换

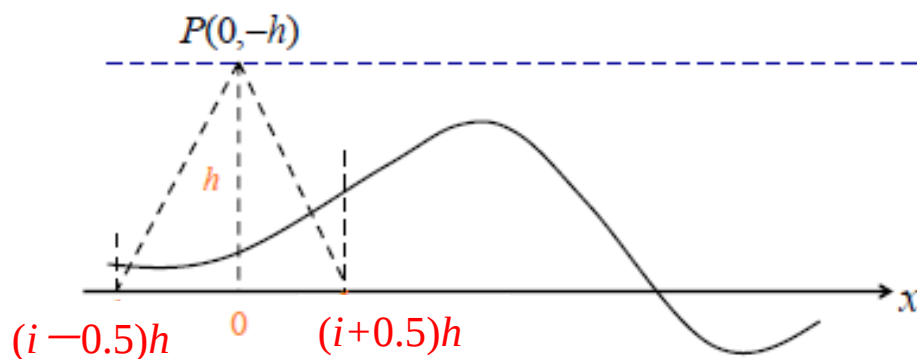
■ 空间延拓

向上延拓

$$\begin{aligned}
 U(0, -h) &= \sum_{i=-\infty}^{\infty} \frac{\bar{U}_i}{\pi} \int_{\xi_i}^{\xi_{i+1}} \frac{h}{\xi^2 + h^2} d\xi \\
 &= \sum_i \frac{\bar{U}_i}{\pi} \left[\tan^{-1} \frac{\xi_{i+1}}{h} - \tan^{-1} \frac{\xi_i}{h} \right] \\
 &= \sum_i \frac{\bar{U}_i}{\pi} \cdot \tan^{-1} \frac{4}{4i^2 + 3}
 \end{aligned}$$



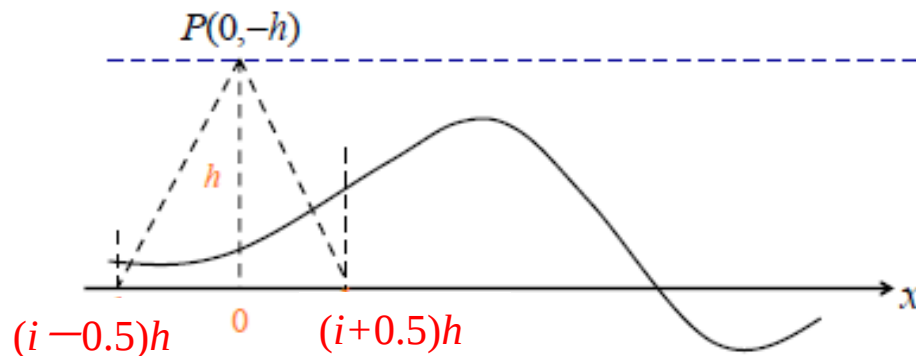
ξ_i, ξ_{i+1} ← 如何选择?



2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向上延拓



$$\begin{aligned} U(0, -h) &= \sum_i \frac{\bar{U}_i}{\pi} \cdot \tan^{-1} \frac{4}{4i^2 + 3} \\ &= 0.2952 \bar{U}_0 + 0.1652 [\bar{U}_1 + \bar{U}_{-1}] + \dots \\ &\approx 0.2952 U(0, 0) + 0.1652 [U(h, 0) + U(-h, 0)] + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta T(0, -h) &= \sum_i \frac{\overline{\Delta T}_i}{\pi} \cdot \tan^{-1} \frac{4}{4i^2 + 3} \\ &= 0.2952 \overline{\Delta T}_0 + 0.1652 [\overline{\Delta T}_1 + \overline{\Delta T}_{-1}] + \dots \\ &\approx 0.2952 U(0, 0) + 0.1652 [U(h, 0) + U(-h, 0)] + \dots \end{aligned}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向上延拓

若延拓高度为 $2h$

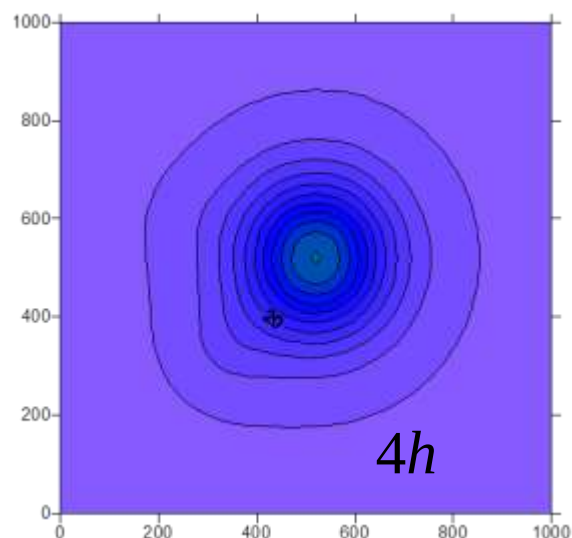
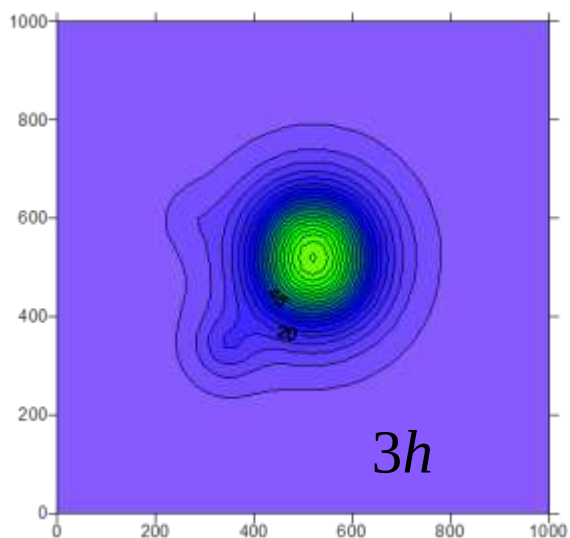
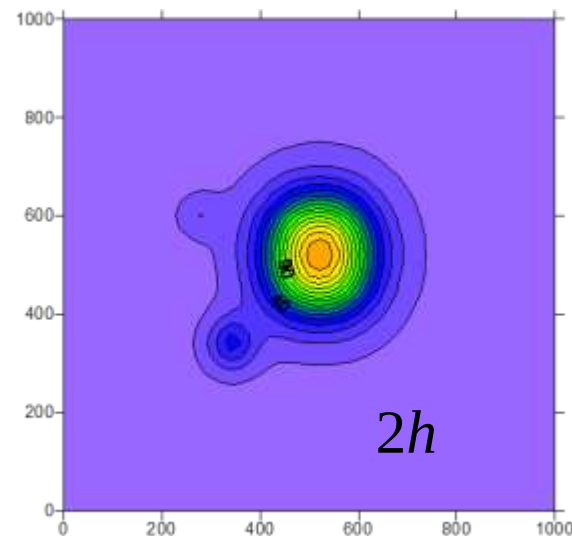
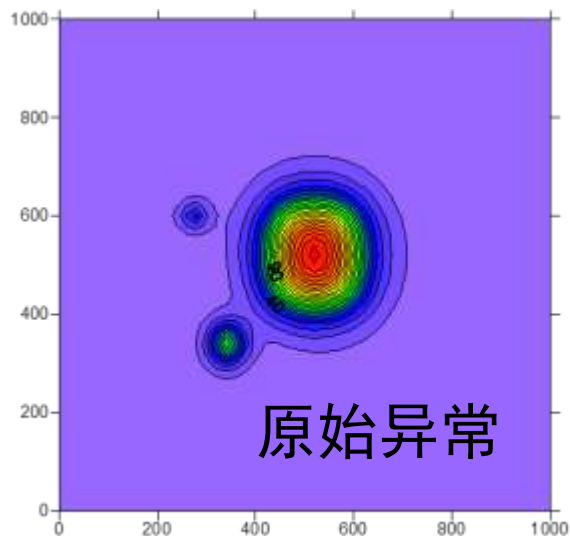
$$\begin{aligned}U(0, -2h) &= \sum_i \frac{\bar{U}_i}{\pi} \cdot \tan^{-1} \frac{8}{4i^2 + 13} \\&= 0.1560 \bar{U}_0 + 0.1269[\bar{U}_1 + \bar{U}_{-1}] + \cdots \\&\approx 0.1560 U(0, 0) + 0.1269[U(h, 0) + U(-h, 0)] + \cdots\end{aligned}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向上延拓

- ✓ 分析向上延拓后异常的变化特征
- ✓ 阐述向上延拓的作用



2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向下延拓



设 Δh 为下延高度， $f(x, y, z)$ 为某一平面的磁场， $f(x, y, \Delta h + z)$ 为 $\Delta h + z$ 平面上的磁场

$$f(x, y, z + \Delta h) = f(x, y, z) + \Delta h f'(x, y, z) + \frac{(\Delta h)^2}{2!} f''(x, y, z) + \dots + \frac{(\Delta h)^n}{n!} f^{(n)}(x, y, z)$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向下延拓

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x, y, z - \Delta h) = f(x, y, z) - \Delta h f'(x, y, z) + \frac{(-\Delta h)^2}{2!} f''(x, y, z) + \dots + \frac{(-\Delta h)^n}{n!} f^{(n)}(x, y, z) \\ f(x, y, z - 2\Delta h) = f(x, y, z) - 2\Delta h f'(x, y, z) + \frac{(-2\Delta h)^2}{2!} f''(x, y, z) + \dots + \frac{(-2\Delta h)^n}{n!} f^{(n)}(x, y, z) \\ \vdots \\ f(x, y, z - n\Delta h) = f(x, y, z) - n\Delta h f'(x, y, z) + \frac{(-n\Delta h)^2}{2!} f''(x, y, z) + \dots + \frac{(-n\Delta h)^n}{n!} f^{(n)}(x, y, z) \end{array} \right.$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向下延拓

$$\begin{pmatrix} -\Delta h & \frac{(-\Delta h)^2}{2!} & \dots & \frac{(-\Delta h)^n}{n!} \\ -2\Delta h & \frac{(-2\Delta h)^2}{2!} & \dots & \frac{(-2\Delta h)^n}{n!} \\ \vdots & \dots & & \\ -n\Delta h & \frac{(-n\Delta h)^2}{2!} & \dots & \frac{(-n\Delta h)^n}{n!} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f'(x, y, z) \\ f''(x, y, z) \\ \vdots \\ f^n(x, y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x, y, z - \Delta h) - f(x, y, z) \\ f(x, y, z - 2\Delta h) - f(x, y, z) \\ \vdots \\ f(x, y, z - n\Delta h) - f(x, y, z) \end{pmatrix}$$

$$f(x, y, z + \Delta h) = f(x, y, z) + \Delta h f'(x, y, z) + \frac{(\Delta h)^2}{2!} f''(x, y, z) + \dots + \frac{(\Delta h)^n}{n!} f^n(x, y, z)$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向下延拓

当 $n = 3$,

$$\begin{aligned} f(x, z + \Delta h) = & 4 f(x, y, z) \\ & - 6 f(x, y, z - \Delta h) \\ & + 4 f(x, y, z - 2\Delta h) \\ & - f(x, y, z - 3\Delta h) \end{aligned}$$

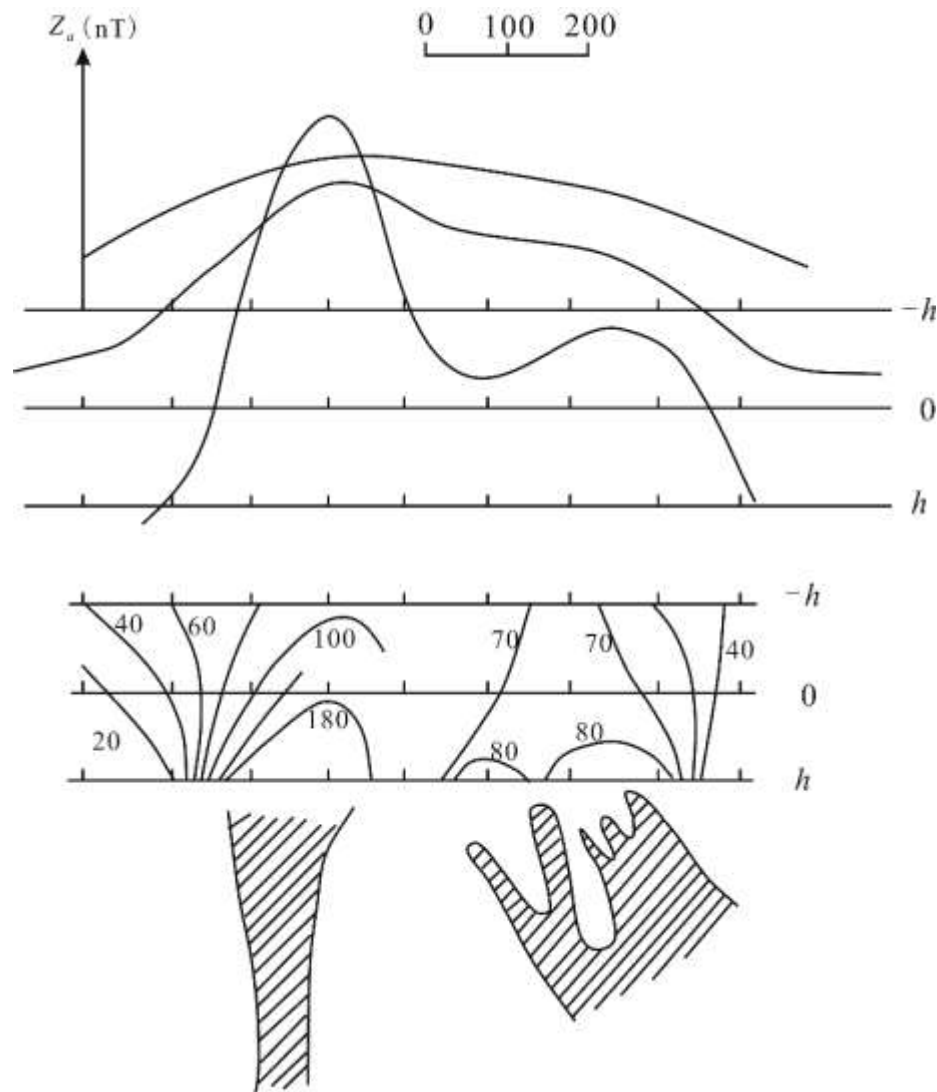
2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向下延拓

分离旁侧叠加异常。

这是因为磁性体埋深越大，异常显得越宽缓。剖面越接近磁性体，磁异常的范围越接近磁性体边界。

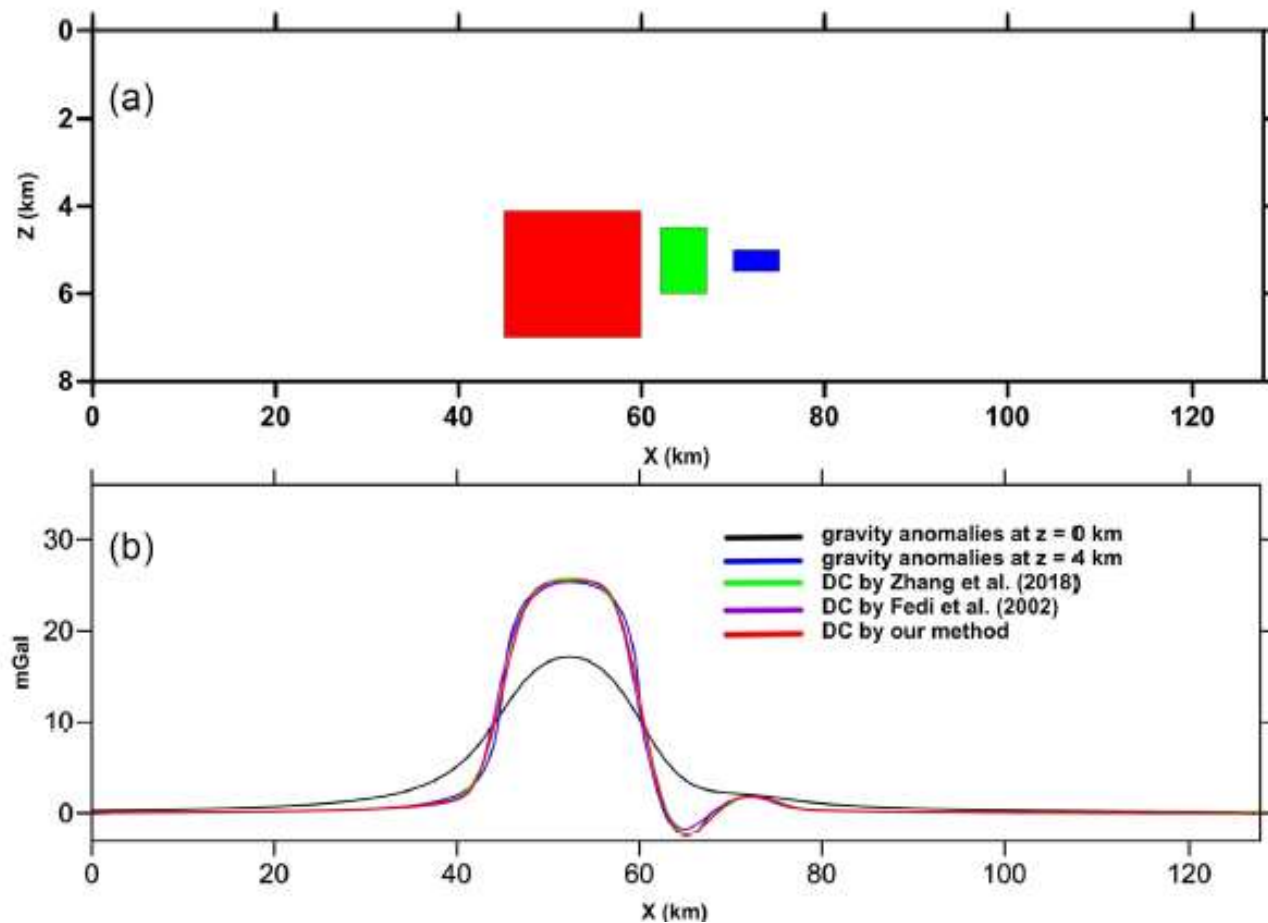


2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向下延拓

- ✓ 分析向下延拓后异常的变化特征
- ✓ 阐述向下延拓的作用

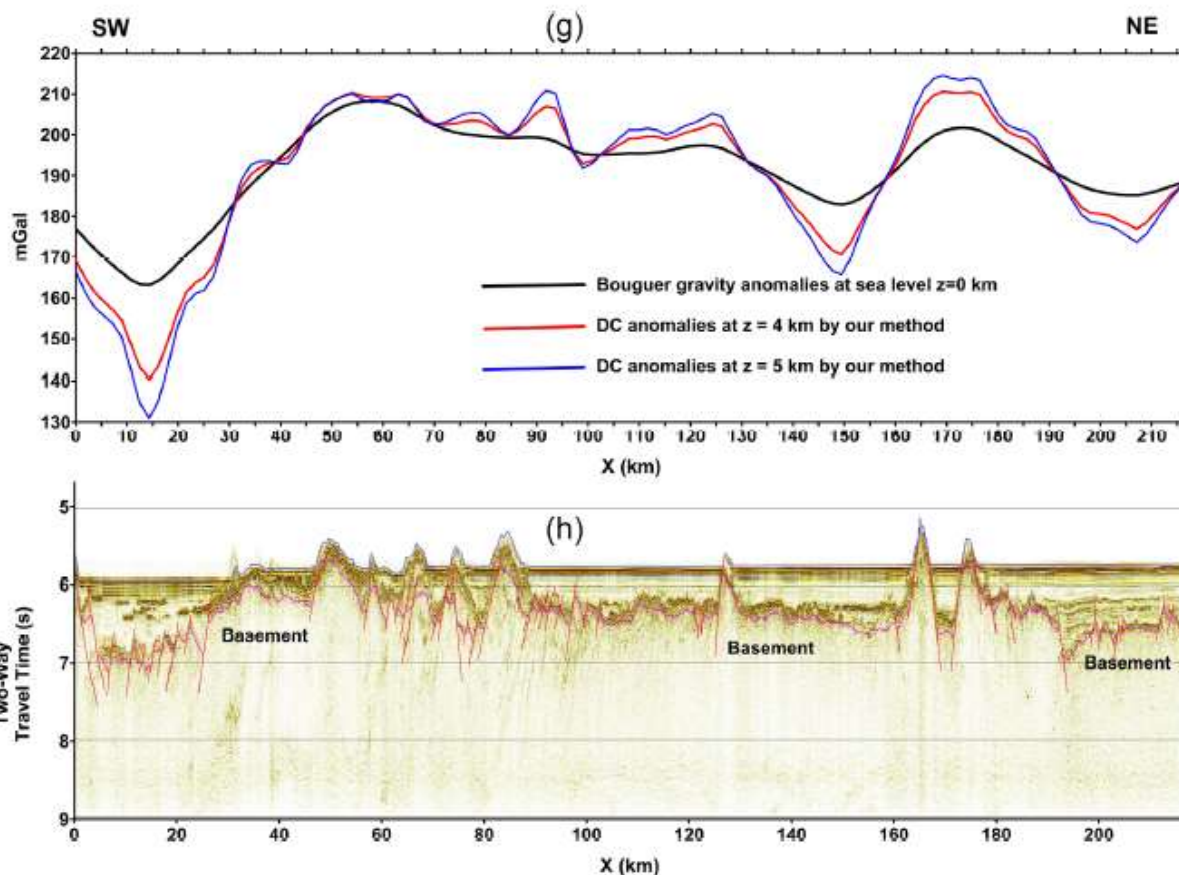


2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

向下延拓

- ✓ 分析向下延拓后异常的变化特征
- ✓ 阐述向下延拓的作用

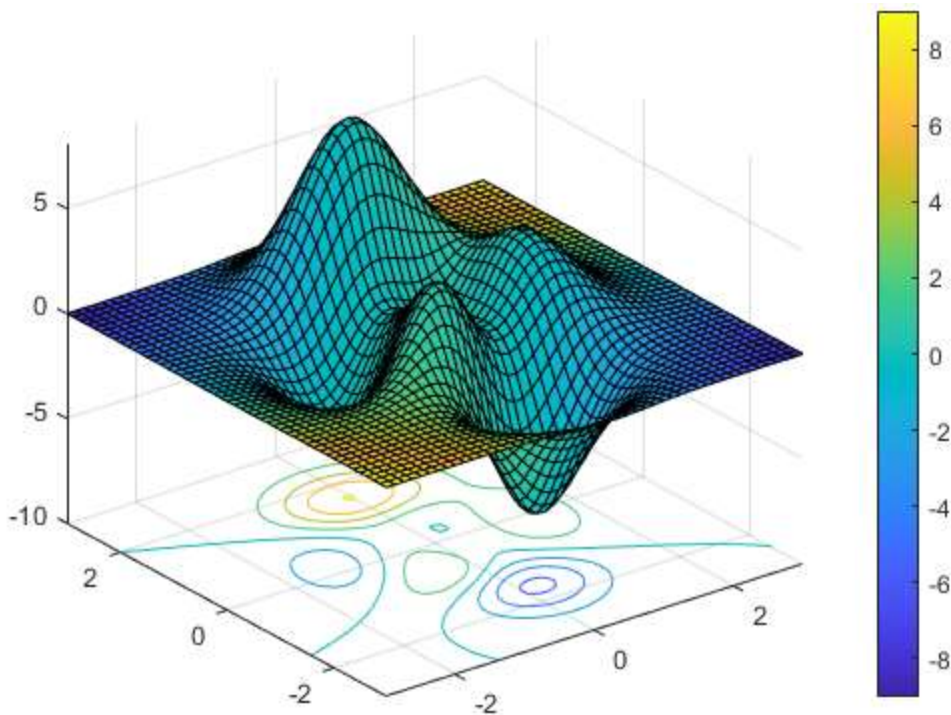


2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

曲化平

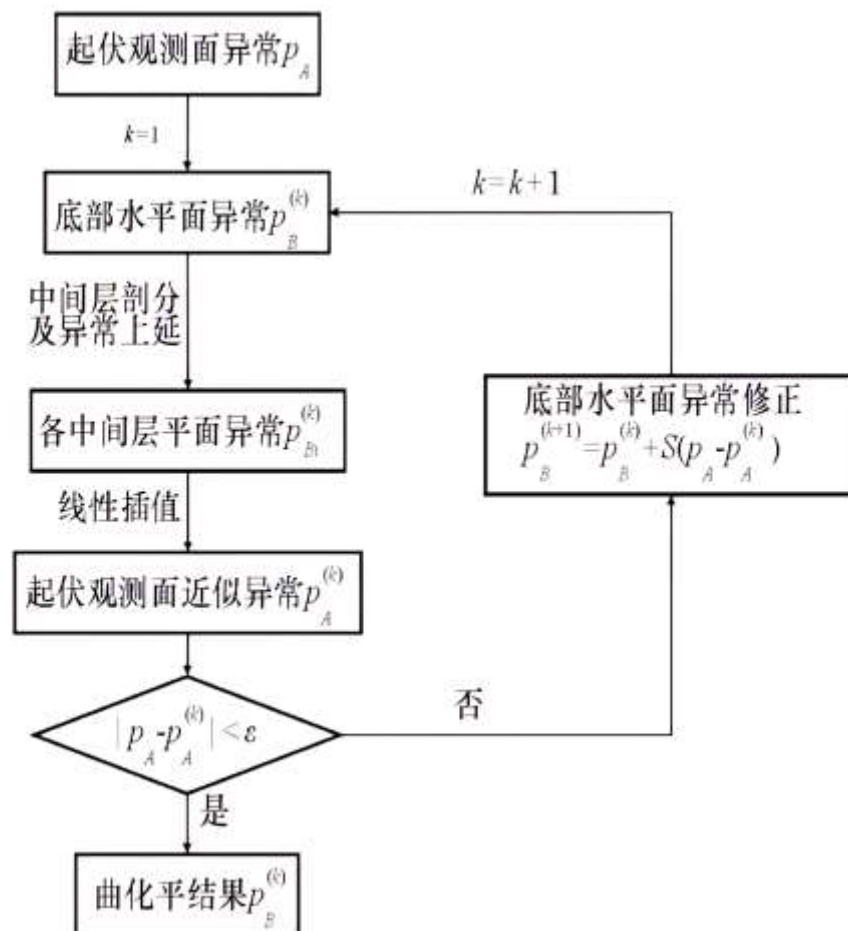
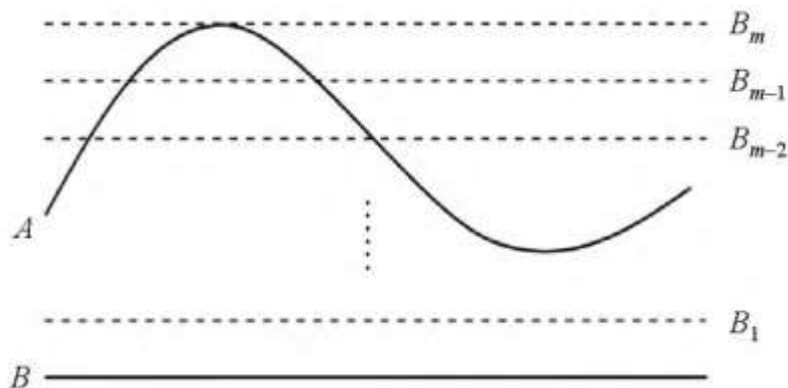
为什么需要
曲化平？



2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

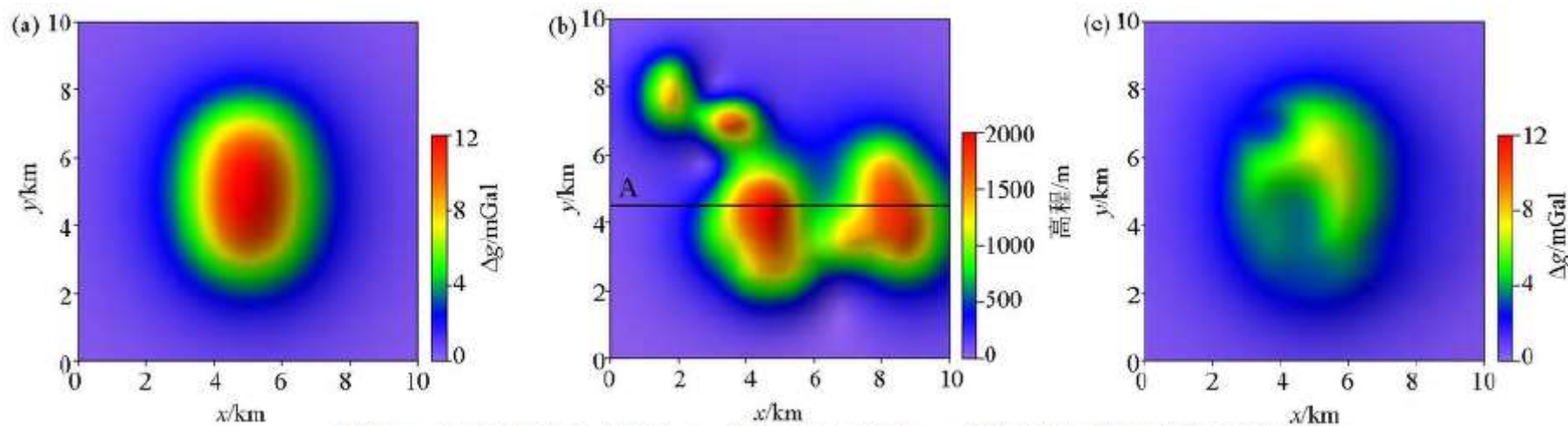
曲化平



2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

曲化平

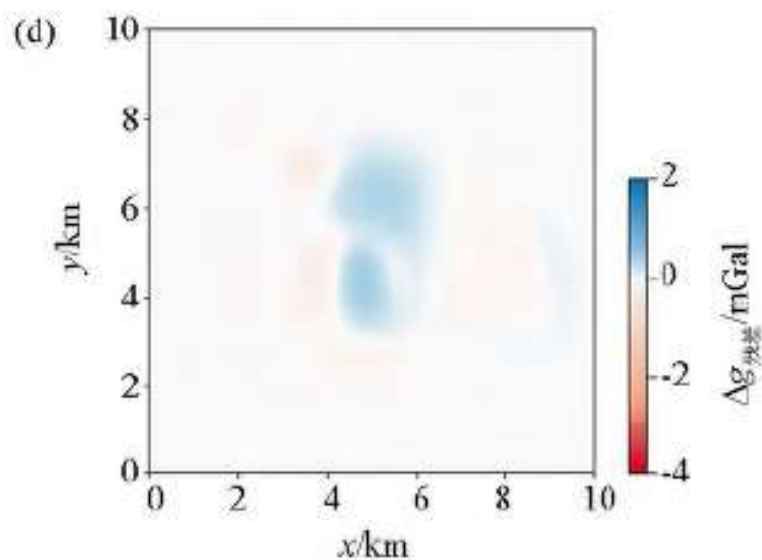
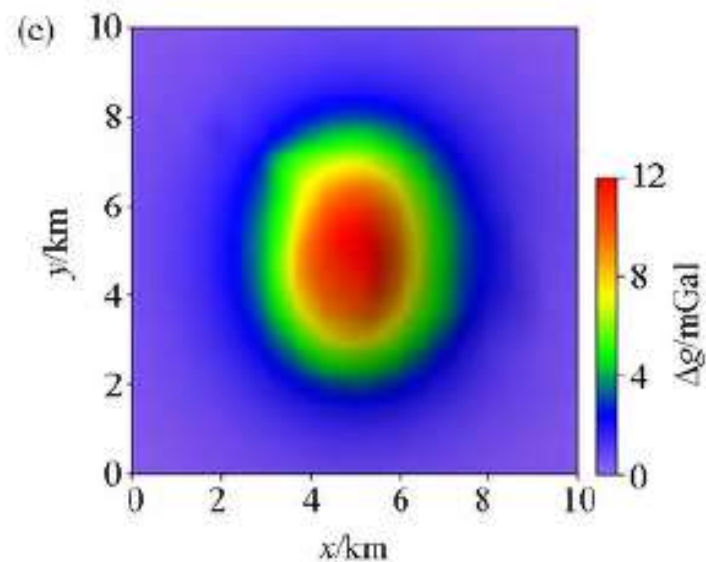
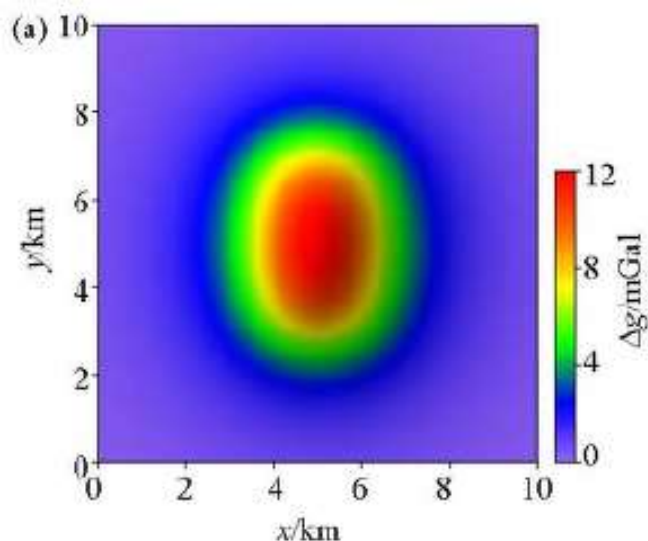


a—海拔 0 m 平面的理论重力异常;b—起伏观测面高程;c—起伏观测面的理论重力异常

2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

曲化平

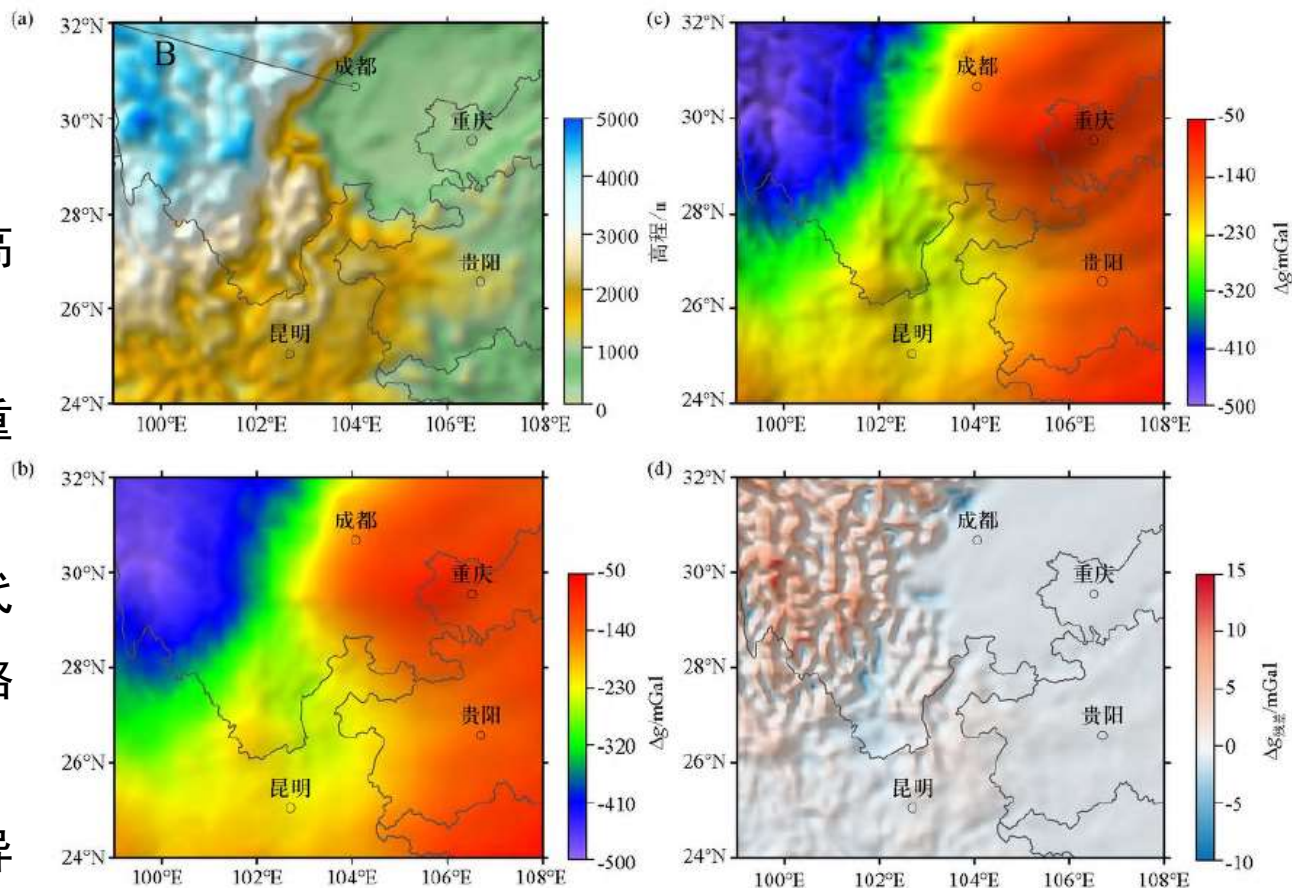


2. 磁异常的处理与转换

■ 空间延拓

曲化平

- 川滇地区地形高程；
- 去噪后的布格重力异常；
- 改进插值—迭代法曲化平后布格重力异常；
- 曲化平前后的异常残差



川滇地区曲化平前后重力异常对比

2. 磁异常的处理与转换

■ 分量转换

Z_a 与 H_a 的转换

诺伊曼边值问题

$$\begin{cases} \nabla^2 U = 0 & (z < 0) \\ \left. \frac{\partial U}{\partial n} \right|_{z=0} = \varphi(x, 0) \end{cases}$$

$$Z_a(x, z) = -\mu_0 \frac{\partial U(x, z)}{\partial z}$$

$$H_a(x, z) = -\mu_0 \frac{\partial U(x, z)}{\partial x}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 分量转换

Z_a 与 H_a 的转换

$$\begin{cases} \nabla^2 U = 0 & (z < 0) \\ \left. \frac{\partial U}{\partial n} \right|_{z=0} = \varphi(x, 0) \end{cases}$$

$$U(x, z) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial U(\xi, 0)}{\partial z} \ln \sqrt{(\xi - x)^2 + z^2} d\xi$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(x, z)}{\partial x} &= -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U(\xi, 0)}{\partial z} \frac{\partial}{\partial x} \ln \sqrt{(\xi - x)^2 + z^2} d\xi \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U(\xi, 0)}{\partial z} \frac{(\xi - x)}{(\xi - x)^2 + z^2} d\xi \end{aligned}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 分量转换

Z_a 与 H_a 的转换

$$\begin{cases} \nabla^2 U = 0 & (z < 0) \\ \left. \frac{\partial U}{\partial n} \right|_{z=0} = \varphi(x, 0) \end{cases}$$

$$\frac{\partial U(x, z)}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U(\xi, 0)}{\partial z} \frac{(\xi - x)}{(\xi - x)^2 + z^2} d\xi$$

$$H_{ax}(x, z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z_a(\xi, 0) \frac{(\xi - x)}{(\xi - x)^2 + z^2} d\xi$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 分量转换

Z_a 与 H_a 的转换

$$\begin{cases} \nabla^2 U = 0 & (z < 0) \\ \left. \frac{\partial U}{\partial n} \right|_{z=0} = \varphi(x, 0) \end{cases}$$

$$H_{ax}(x, z) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z_a(\xi, 0) \frac{(\xi - x)}{(\xi - x)^2 + z^2} d\xi$$

设 $z = 0$, $x = 0$, 则

$$H_{ax}(0, 0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Z_a(\xi, 0)}{\xi} d\xi$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 导数转换

- ✓ 水平导数
- ✓ 垂向导数
- ✓ 方向导数
- ✓ 重力梯度
- ✓ 高阶导数

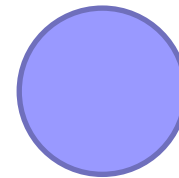
$$\frac{dy}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

你对导数的理解？

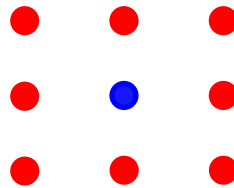
2. 磁异常的处理与转换

■ 导数转换

✓ 解析法计算



✓ 数值求解法

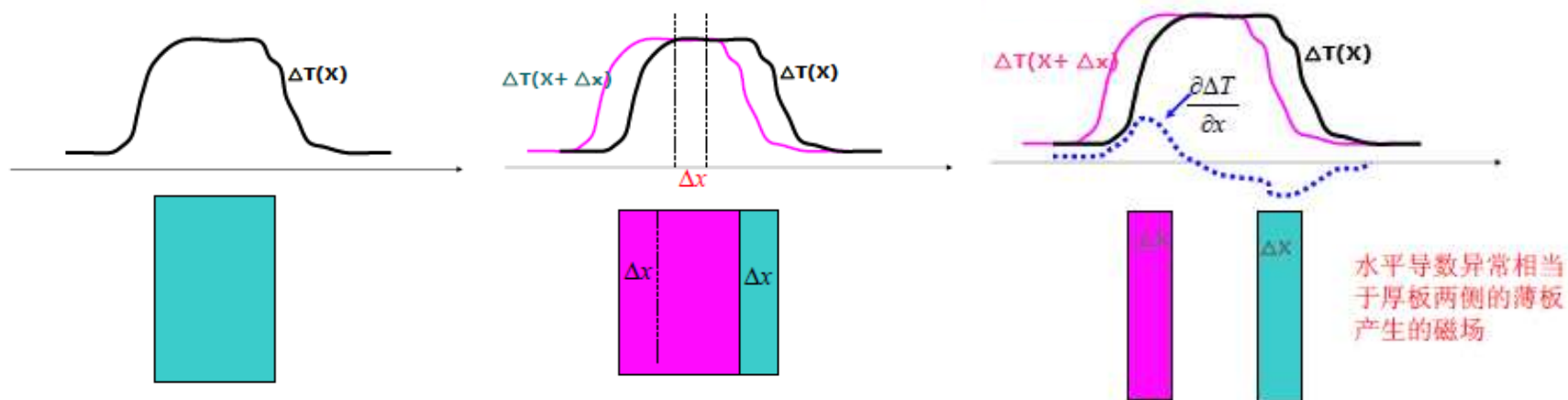


✓

2. 磁异常的处理与转换

■ 导数转换

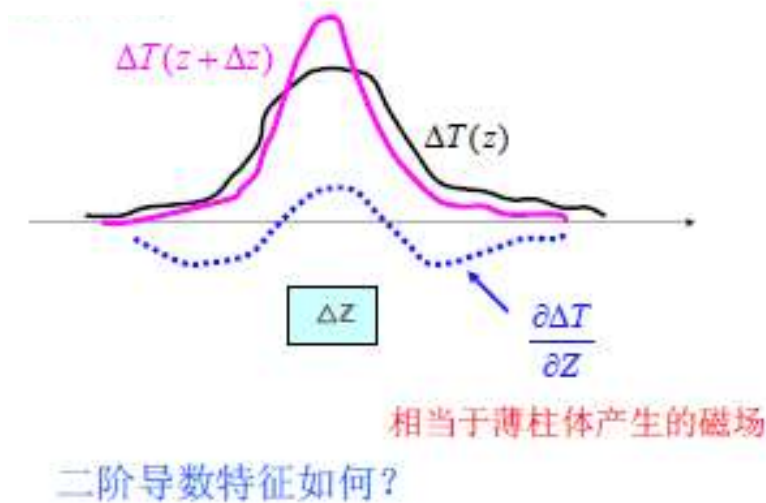
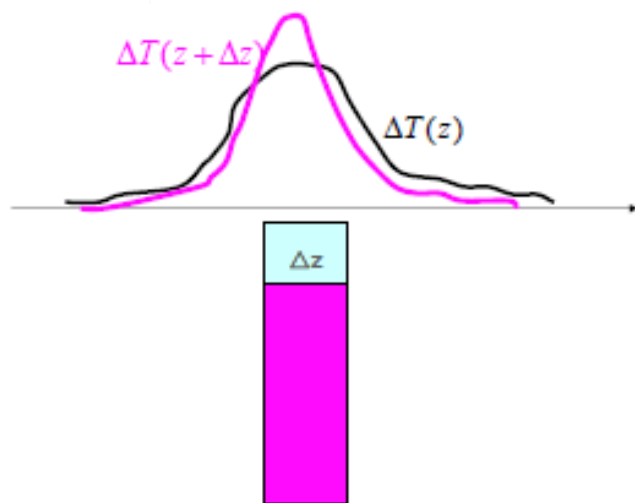
水平导数



2. 磁异常的处理与转换

■ 导数转换

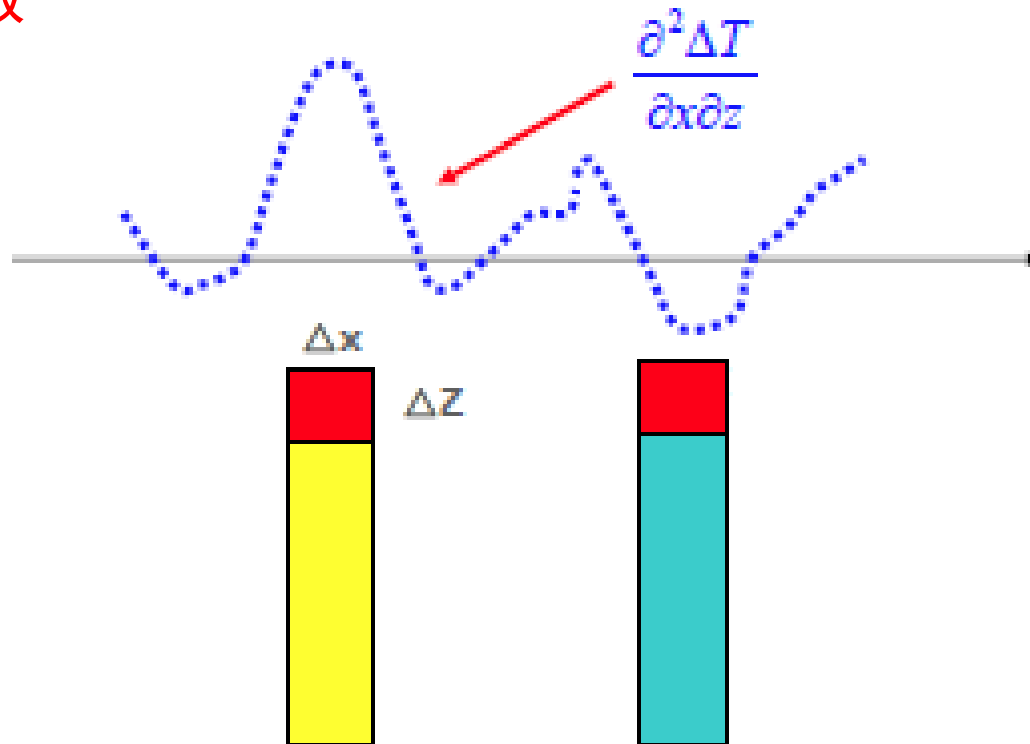
垂向导数



2. 磁异常的处理与转换

■ 导数转换

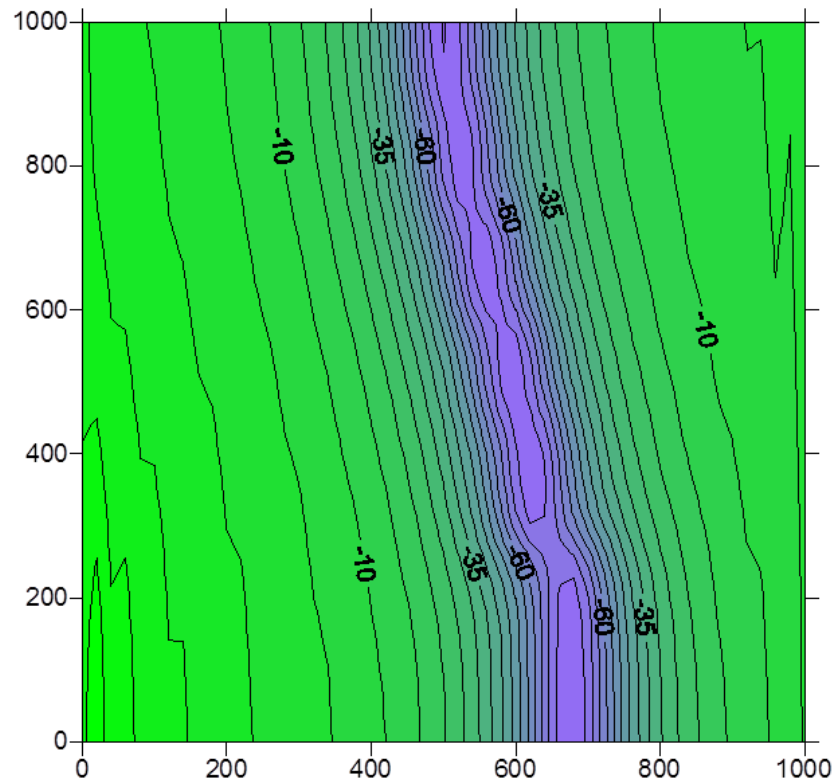
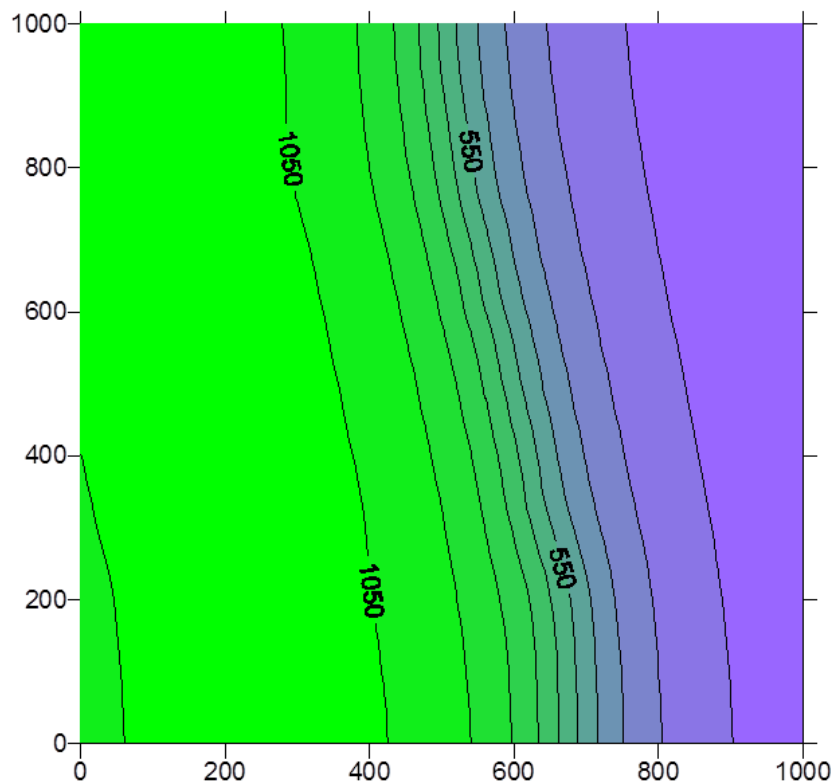
高阶导数



2. 磁异常的处理与转换

■ 导数转换

✓ 水平导数



2. 磁异常的处理与转换

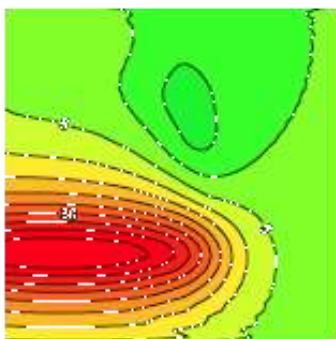
■ 导数转换

✓ 方向导数

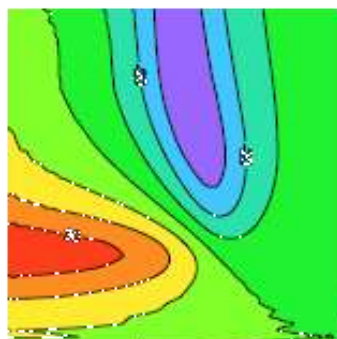
重力异常



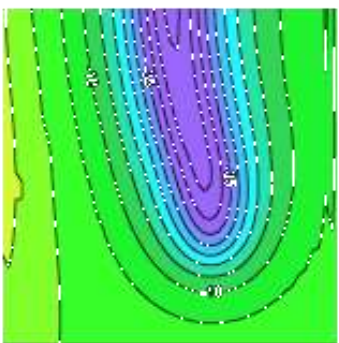
水平导数 (0度)



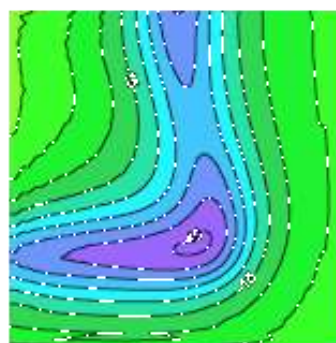
水平导数 (45度)



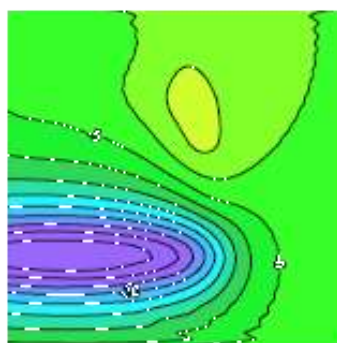
水平导数 (90度)



水平导数 (135度)



水平导数 (180度)

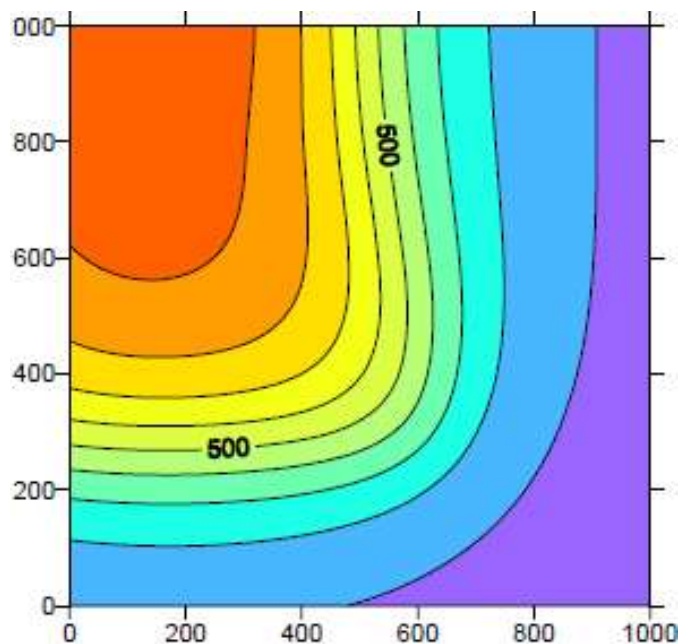


2. 磁异常的处理与转换

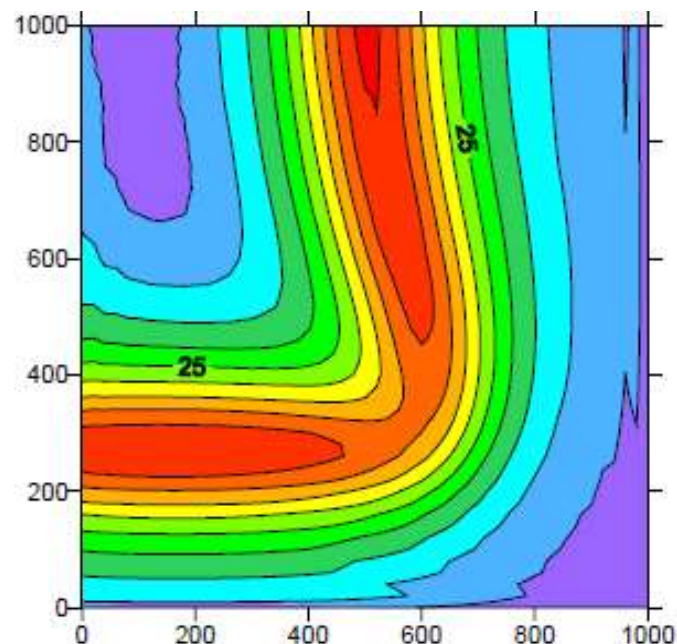
■ 导数转换

✓ 水平总体度 (THD)

$$H_M = \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta T}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta T}{\partial y}\right)^2}$$



重力异常

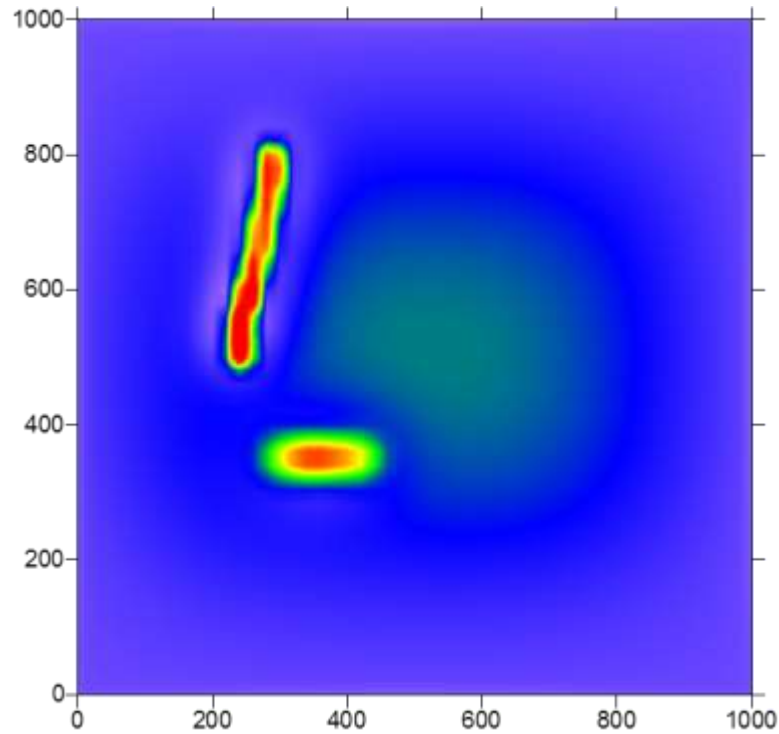
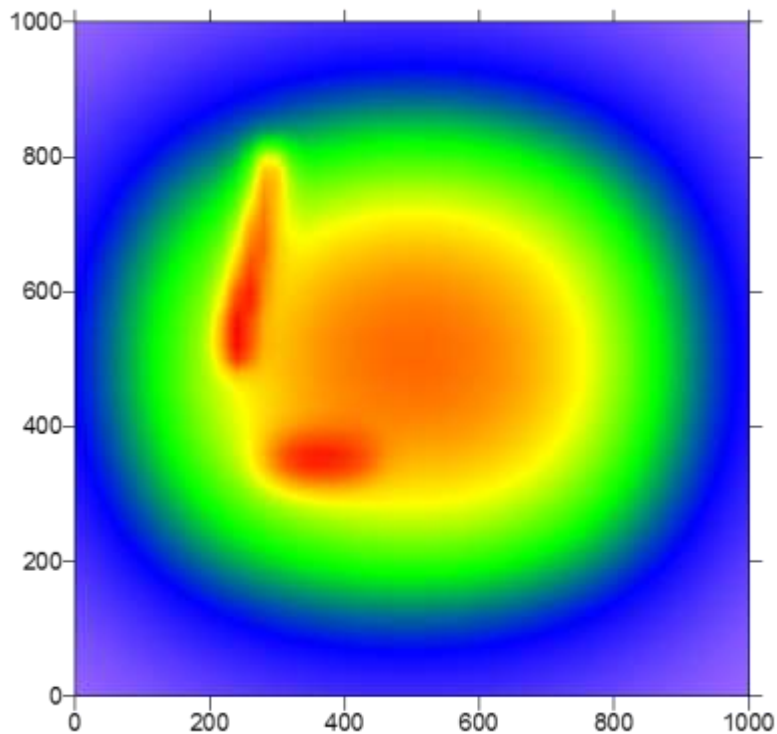


水平导数模 (最大水平导数)

2. 磁异常的处理与转换

■ 导数转换

✓ 垂向导数



2. 磁异常的处理与转换

■ 导数转换

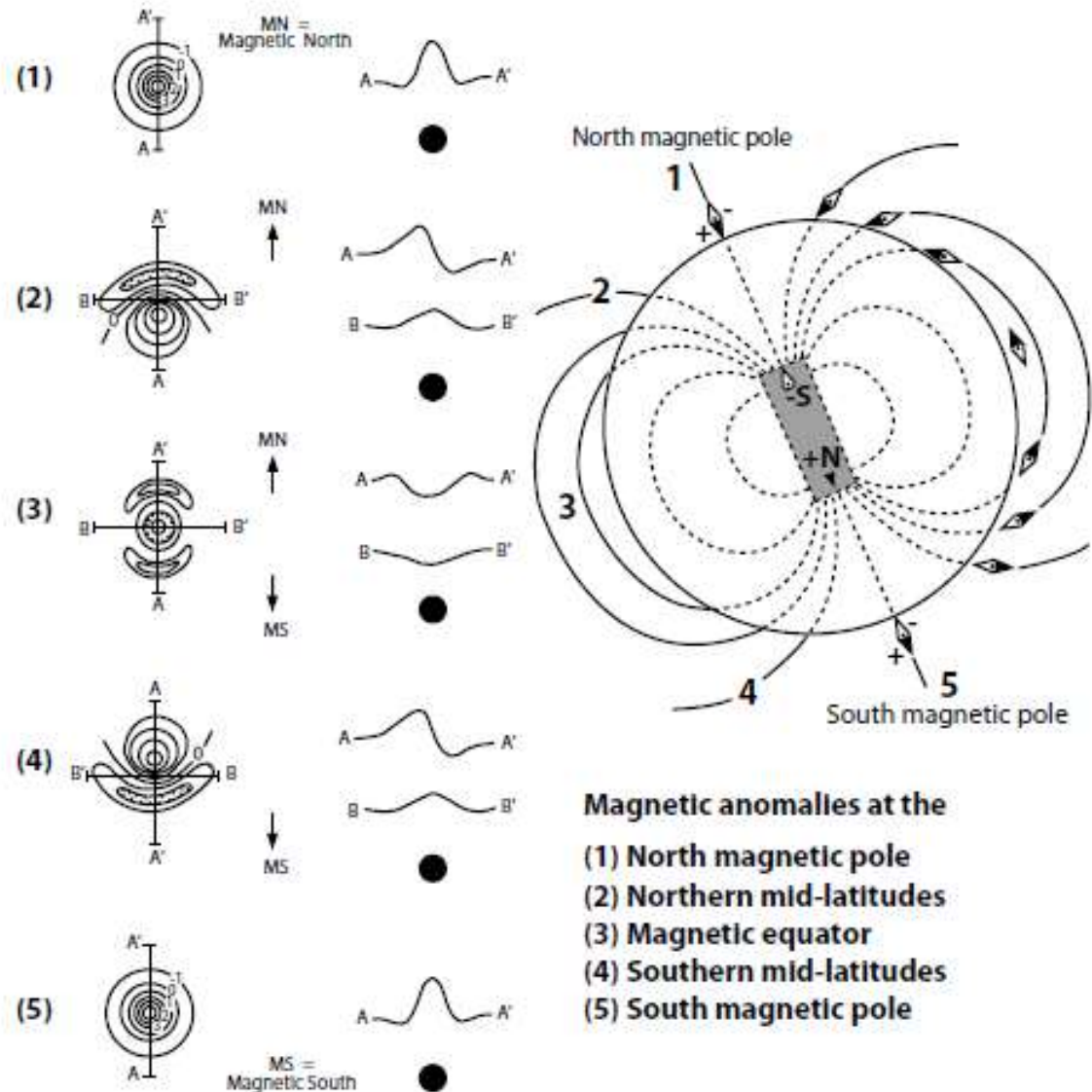
压制区域场，圈定局部场，分离叠加场异常

- ✓ 区分相邻磁性体的异常，减少相互叠加的影响，或者分离叠加在背景场中的局部场；
- ✓ 减轻磁性体围岩的干扰，因为磁性体围岩异常经过导数换算后，异常场的幅度和范围都会大大减小；
- ✓ 将某些非二度体异常转化为二度体异常来解释
- ✓ 能消除正常场背景值的影响，因为正常场背景值的微商为零，求导后正常背景值就消失；
- ✓ 圈定磁性体的范围和位置

2. 磁异常的处理与转换

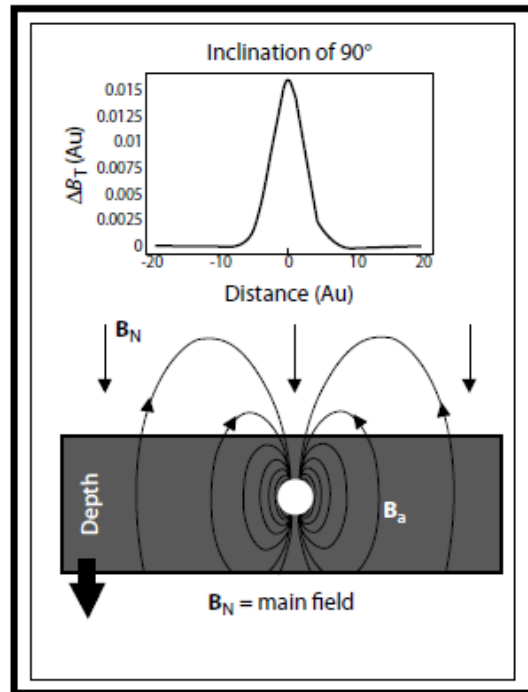
■ 化磁极

磁场的纬度效应

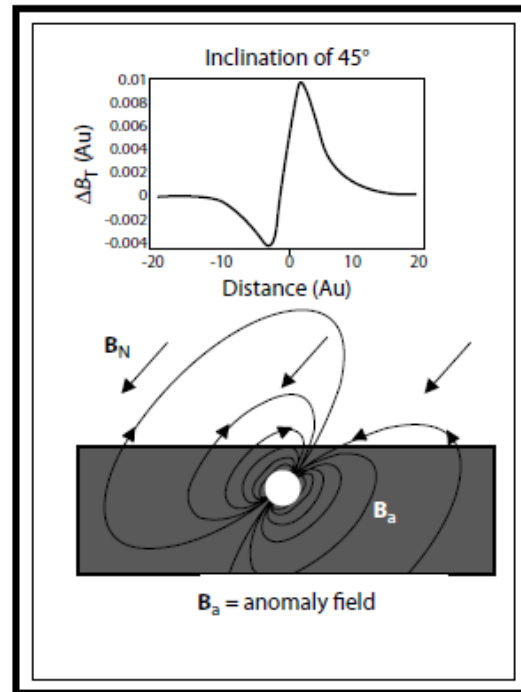


2. 磁异常的处理与转换

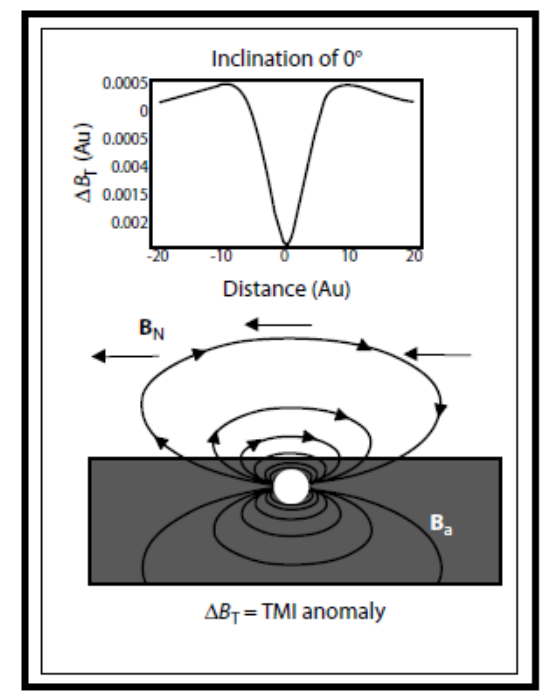
■ 化磁极



(a) At the geomagnetic poles



(b) At mid-geomagnetic latitudes

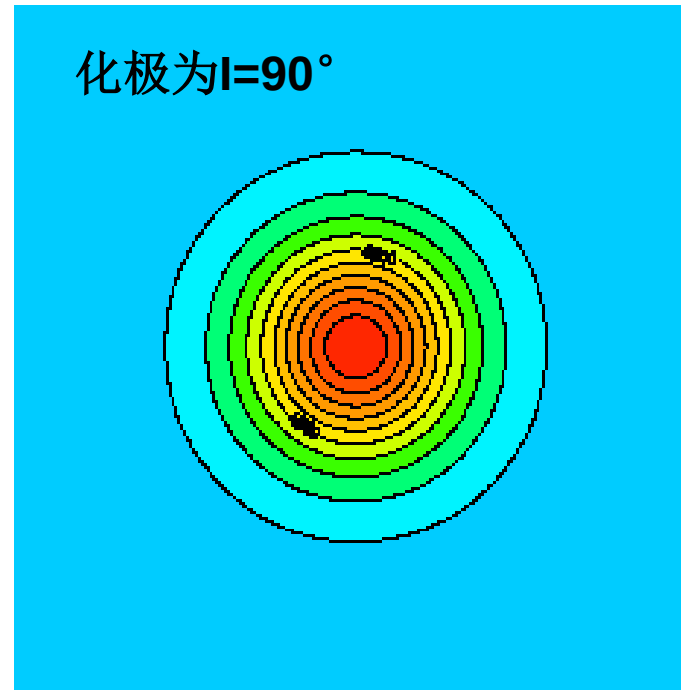
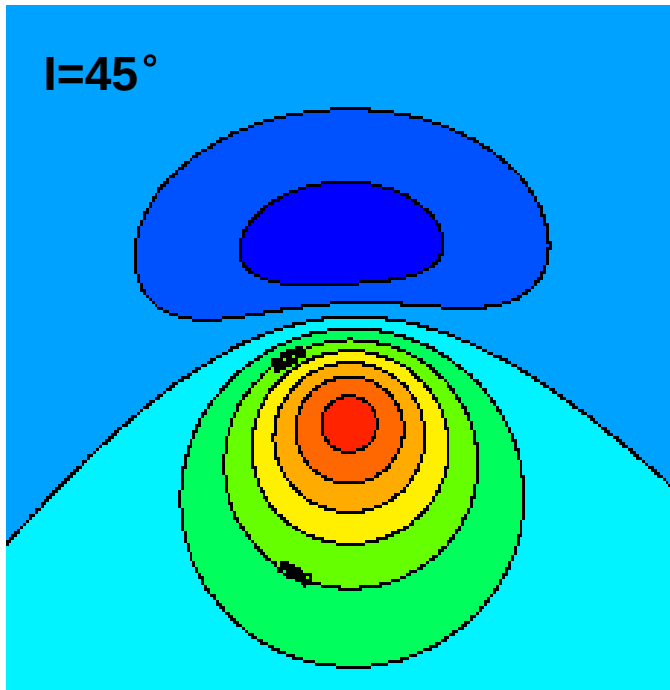


(c) At the geomagnetic equator

哪一种磁场形态和磁性体的对应关系最好？

2. 磁异常的处理与转换

■ 化磁极



2. 磁异常的处理与转换

■ 化磁极

$$Z_a \rightarrow Z_{a\perp}, H_{a\perp}$$

$$\begin{pmatrix} H_{ax} \\ H_{ay} \\ Z_a \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} \begin{pmatrix} V_{xx} & V_{xy} & V_{xz} \\ V_{yx} & V_{yy} & V_{yz} \\ V_{zx} & V_{zy} & V_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 化磁极

$$Z_a \rightarrow Z_{a\perp}, H_{a\perp}$$

$$H_{ax} = \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} (M_x V_{xx} + M_z V_{xz})$$

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} (M_x V_{zx} + M_z V_{zz})$$

通用公式

2. 磁异常的处理与转换

■ 化磁极

$$\nabla^2 V = 0$$

$$Z_a \rightarrow Z_{a\perp}, H_{a\perp}$$

$$V_{xx} + V_{zz} = 0$$

$$H_{ax} = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} (M_z V_{xz} - M_x V_{zz})$$

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} (M_x V_{zx} + M_z V_{zz})$$

通用公式

2. 磁异常的处理与转换

■ 化磁极

$$Z_a \rightarrow Z_{a\perp}, H_{a\perp}$$

任意磁化时

$$M_x = M \cos I \cos A'$$

$$M_z = M \sin I$$

垂直磁化时

$$M_x = M \cos I \cos A' = 0$$

$$M_z = M \sin I = M$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 化磁极

$$Z_a \rightarrow Z_{a\perp}, H_{a\perp}$$

$$Z_{a\perp} = \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} (M_x V_{xz} + M_z V_{zz}) = \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} M V_{zz}$$

$$H_{a\perp} = \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} (M_z V_{xz} - M_x V_{zz}) = \frac{\mu_0}{4\pi G\rho} M V_{xz}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 化磁极

$$\nabla^2 V = 0$$

$$Z_a \rightarrow Z_{a\perp}, H_{a\perp}$$

$$V_{xx} + V_{zz} = 0$$

任意磁化时

$$H_{ax} = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} (M_z V_{xz} - M_x V_{zz})$$

$$Z_a = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} (M_x V_{zx} + M_z V_{zz})$$

垂直磁化时

$$Z_{a\perp} = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} M V_{zz}$$

$$H_{ax\perp} = \frac{\mu_0}{4\pi G \rho} M V_{xz}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 化磁极

$$Z_a \rightarrow Z_{a\perp}, H_{a\perp}$$

$$Z_a = H_{a\perp} \cos I \cos A' + Z_{a\perp} \sin I$$

$$H_a = H_{a\perp} \sin I - Z_{a\perp} \cos I \cos A'$$

$$Z_{a\perp} = \frac{1}{\cos^2 I \cos^2 A' + \sin^2 I} [Z_a \sin I - H_a \cos I \cos A']$$

$$H_{a\perp} = \frac{1}{\cos^2 I \cos^2 A' + \sin^2 I} [H_a \sin I + Z_a \cos I \cos A']$$

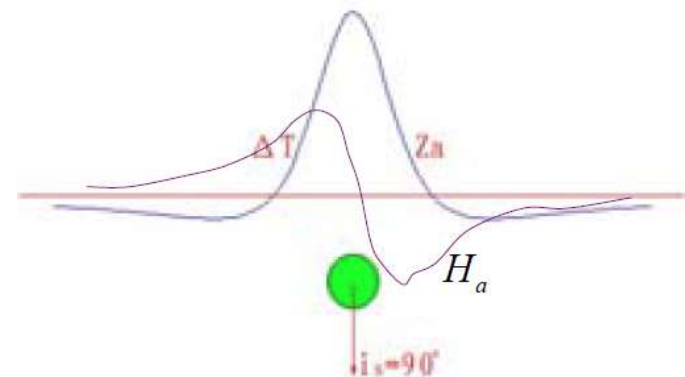
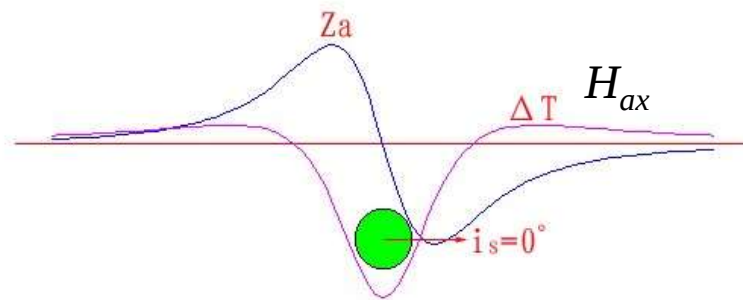
2. 磁异常的处理与转换

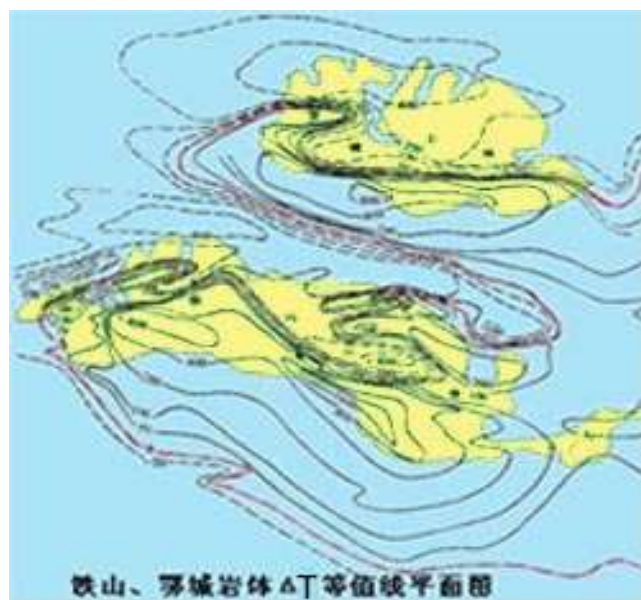
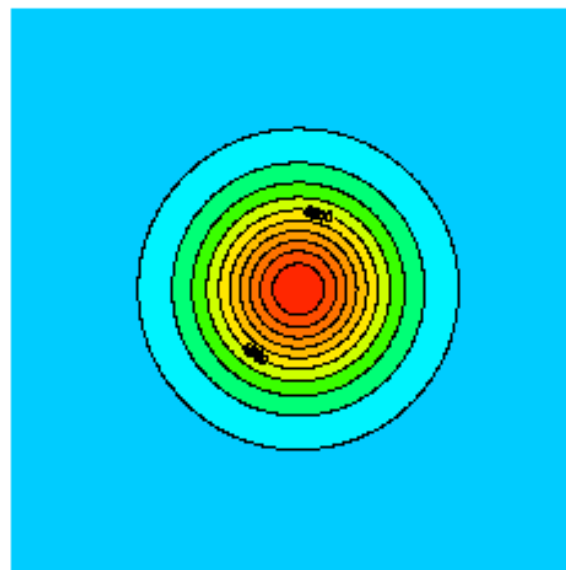
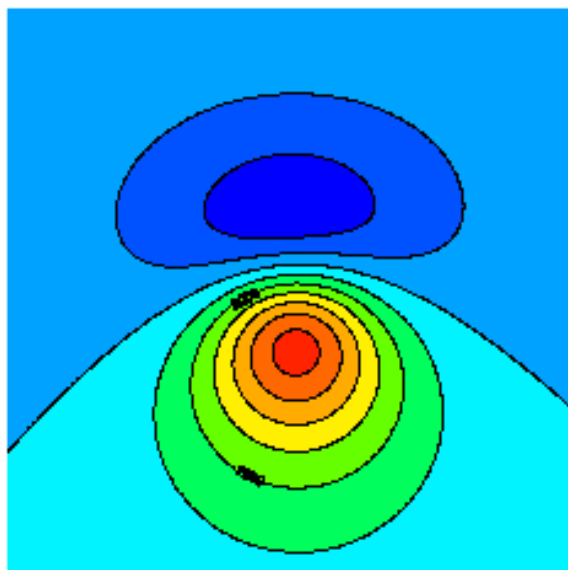
■ 化磁极

$$Z_a = H_{a\perp} \cos I \cos A' + Z_{a\perp} \sin I$$
$$H_a = H_{a\perp} \sin I - Z_{a\perp} \cos I \cos A'$$

水平磁化

$$Z_{a//} = H_{a\perp}$$
$$H_{a//} = -Z_{a\perp}$$





2. 磁异常的处理与转换

■ 场分离

磁
场
的
体
积
效
应

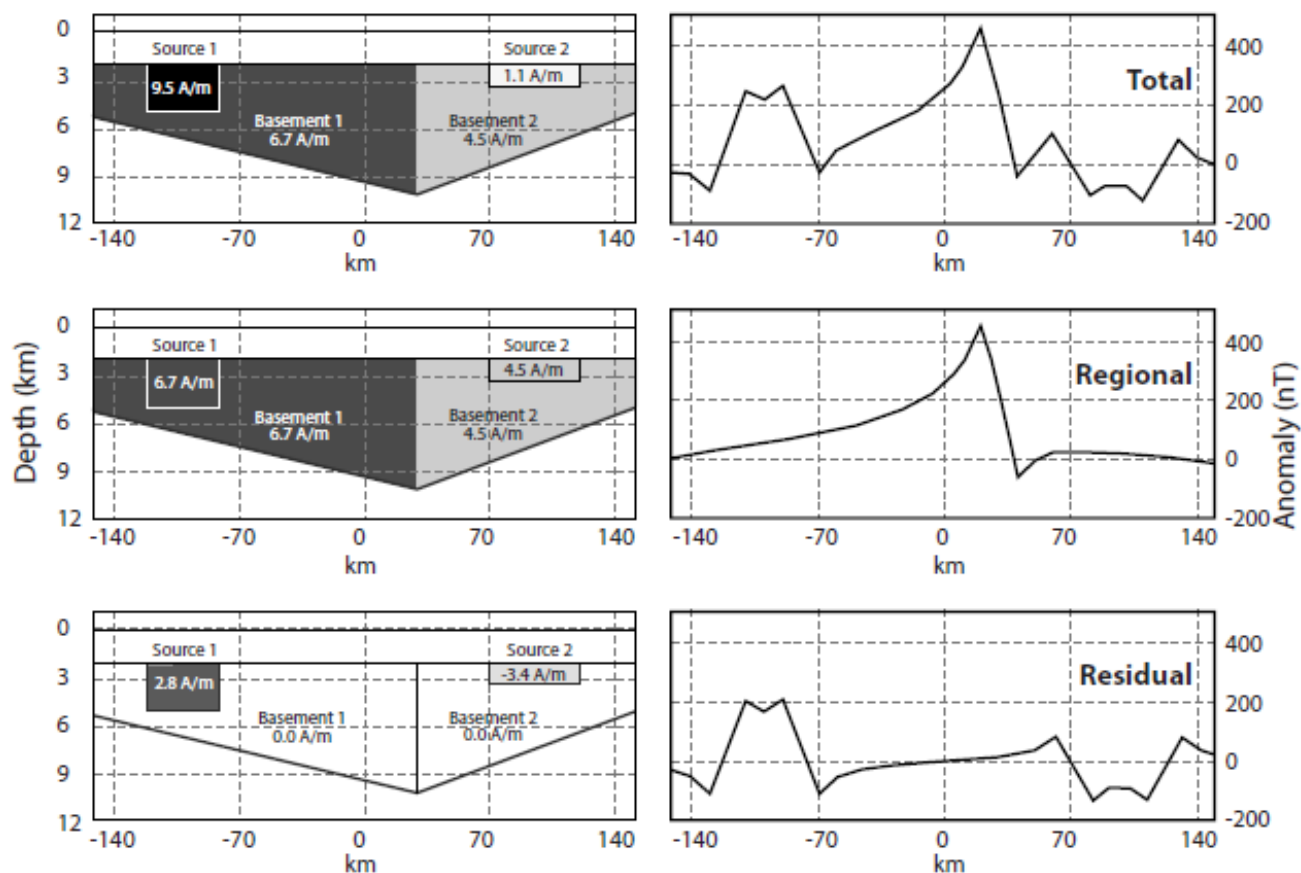


FIGURE 12.6 Magnetization contrasts and related residual anomalies of the near-surface sources in the bottom left and right panels, respectively, are defined by subtracting the regional basement effects (middle panels) from the total effects (top panels) – i.e. the total magnetizations and anomalies are the superposition of regional and residual effects in both source and signal space, respectively.

2. 磁异常的处理与转换

■ 场分离

- ✓ 插值法
- ✓ 向上延拓法
- ✓ 匹配滤波
- ✓ 小波分析
- ✓ 经验模态分析
- ✓ 趋势分析
- ✓ 反演

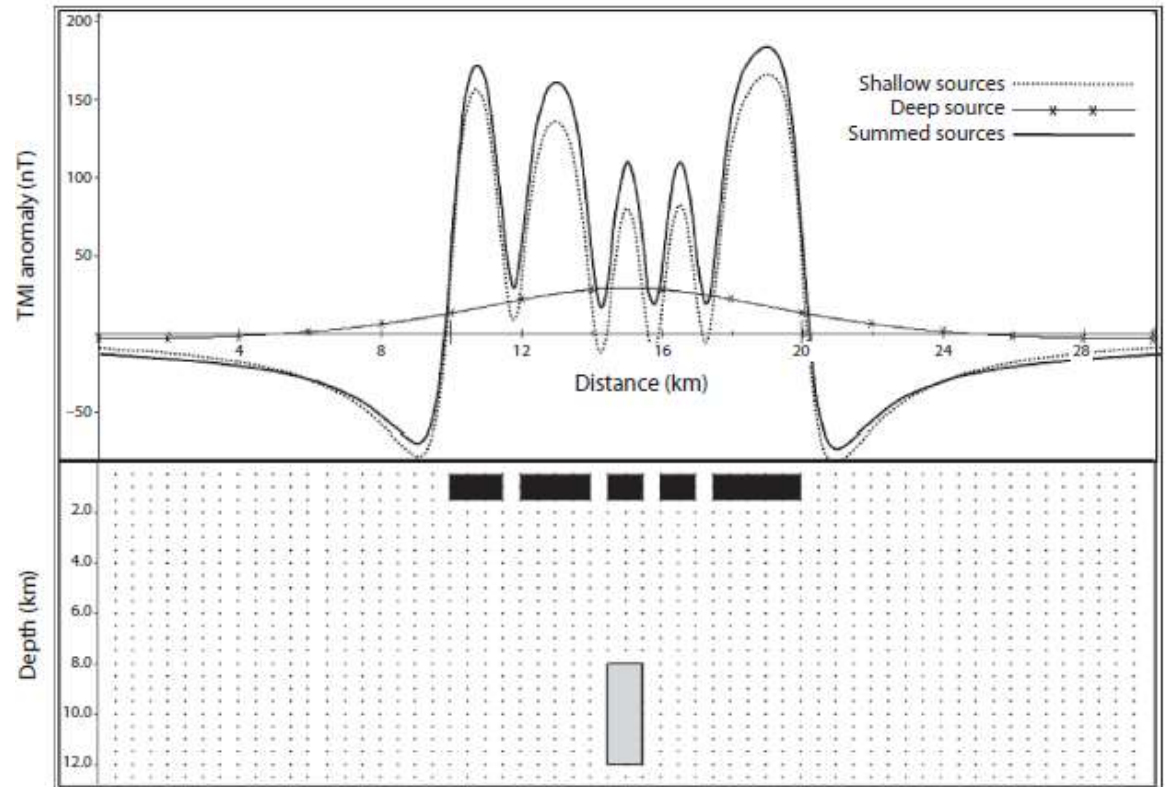
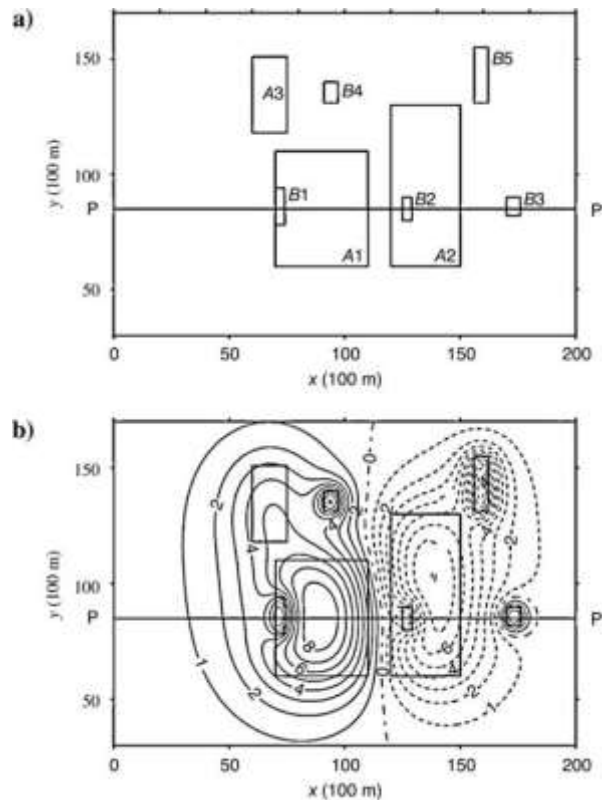


FIGURE 12.5 Total magnetic intensity (TMI) anomalies over five shallow 2D sources, and the interference effect from a deep magnetic anomaly source. Note the minor effect of the deep source.

2. 磁异常的处理与转换

■ 场分离

向上延拓法



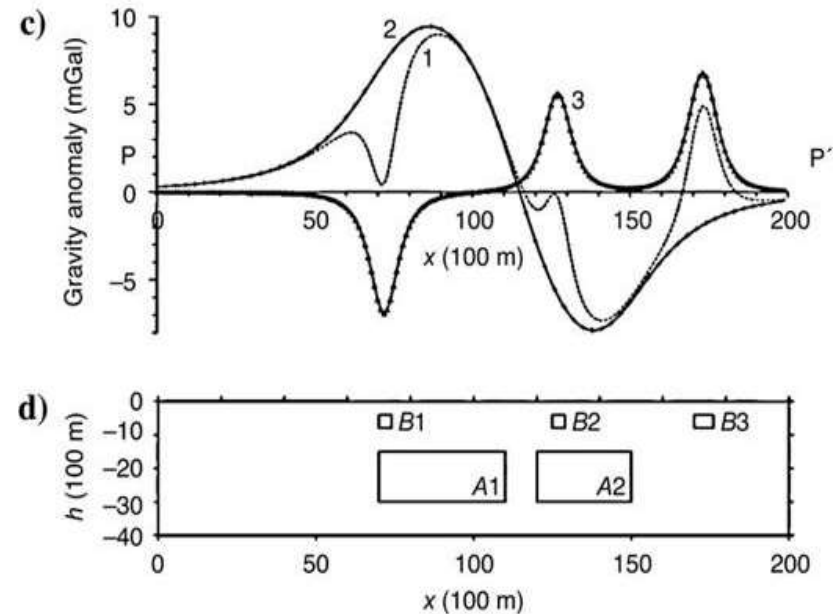
Geophysics

Archive Content About The Journal About the Society

RESEARCH ARTICLE | MAY 09, 2007

A model study for estimating optimum upward-continuation height for gravity separation with application to a Bouguer gravity anomaly over a mineral deposit, Jilin province, northeast China

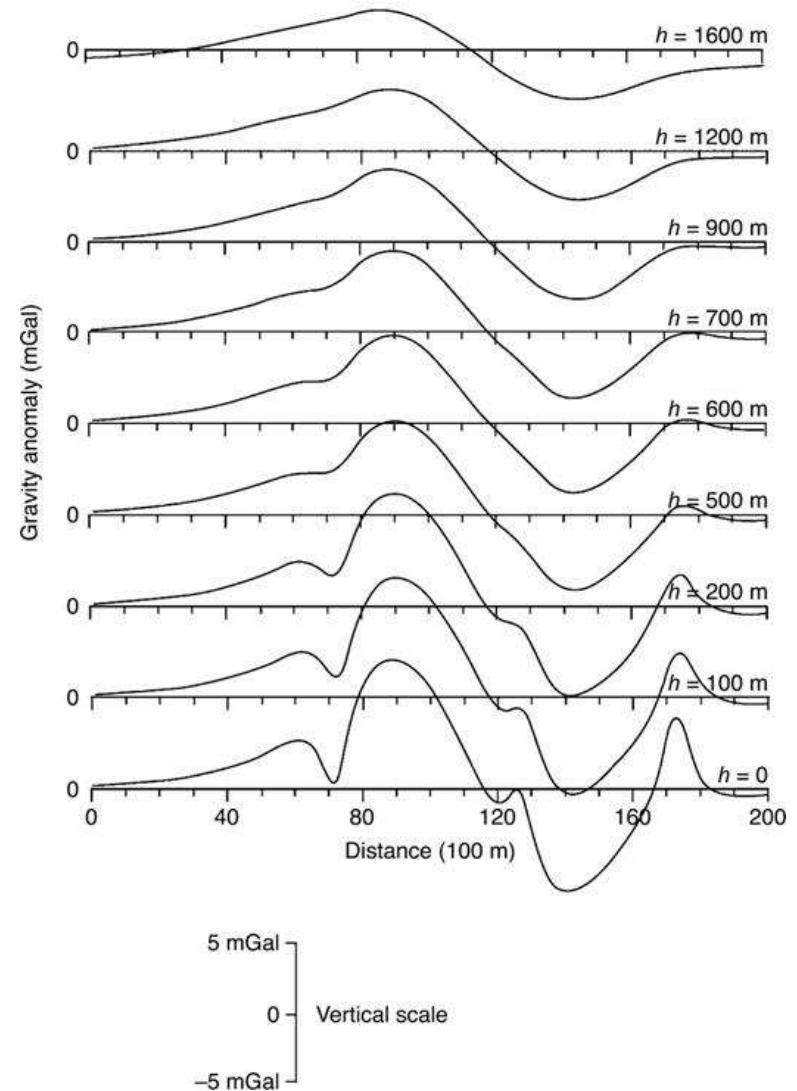
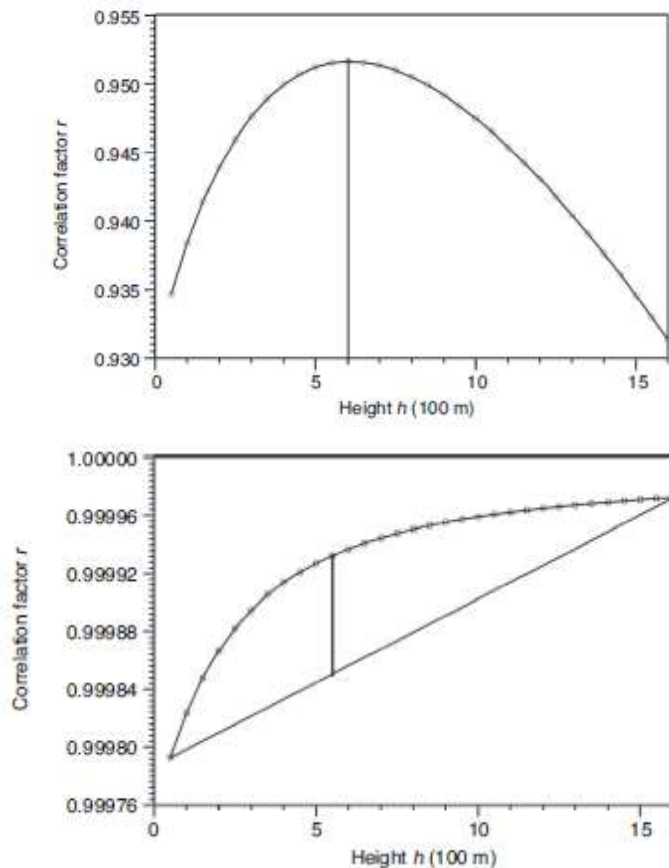
Huailin Zeng; Deshu Xu; Handong Tan



2. 磁异常的处理与转换

■ 场分离

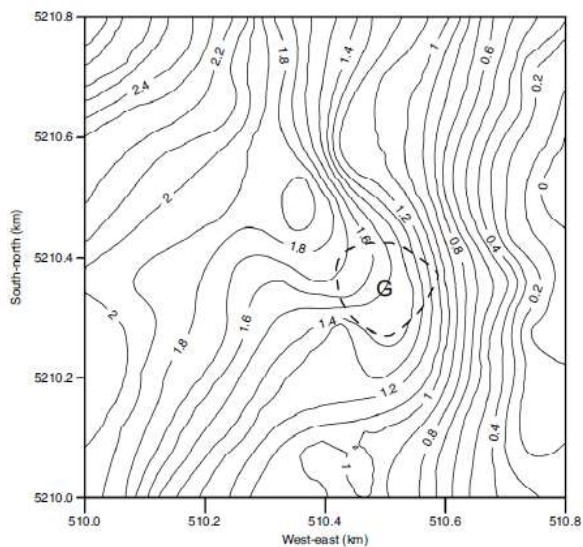
向上延拓法



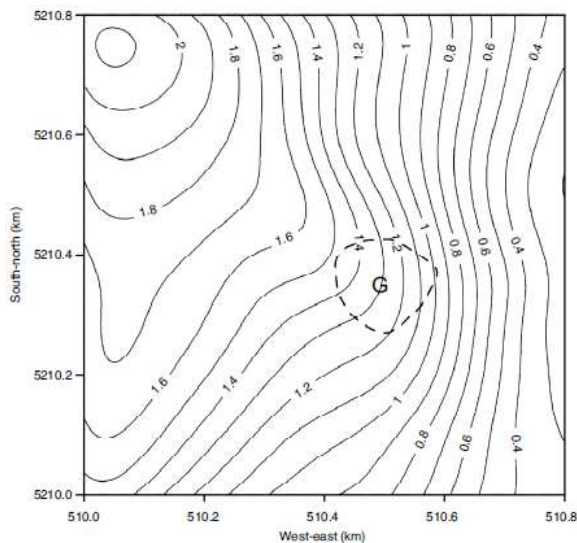
2. 磁异常的处理与转换

■ 场分离

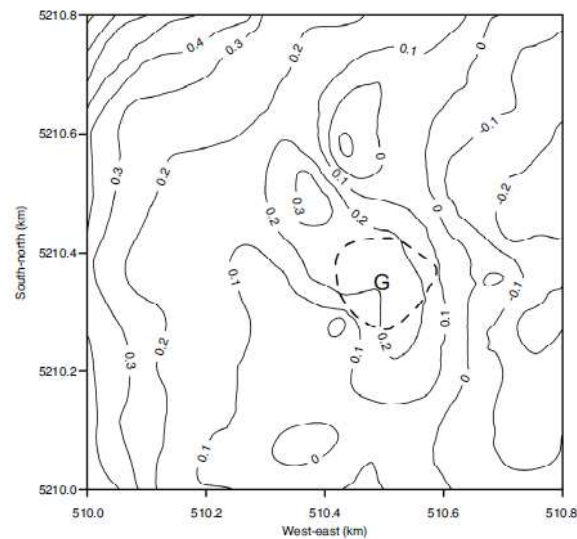
向上延拓法



原始磁异常



分离后的区域场



分离后的局部场

2. 磁异常的处理与转换

■ 欧拉反褶积

✓ 齐次函数 (Homogeneous Function)

若函数满足件,

$$f(ax_1, ax_2, \dots, ax_s) = a^n f(x_1, x_2, \dots, x_s)$$

则称其为 n 次齐次函数.

✓ 齐次函数的欧拉定理表述如下:

$$\sum_{i=1}^s \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot x_i = nf$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 欧拉反褶积

证明:

根据齐次函数的定义, 对等式两边关于 a 求导, 有:

$$\sum_{i=1}^s \frac{\partial f(ax_1, ax_2, \dots, ax_s)}{\partial ax_i} \cdot x_i = na^{n-1} f(x_1, x_2, \dots, x_s)$$

接下来令 $a = 1$ 得到

$$\sum_{i=1}^s \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_s)}{\partial x_i} \cdot x_i = nf(x_1, x_2, \dots, x_s)$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 欧拉反褶积

$$\sum_{i=1}^s \frac{\partial f(x_1, x_2, \dots, x_s)}{\partial x_i} \cdot x_i = n f(x_1, x_2, \dots, x_s)$$

磁位满足的方程

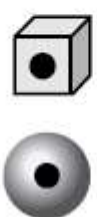
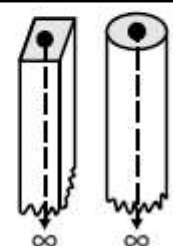
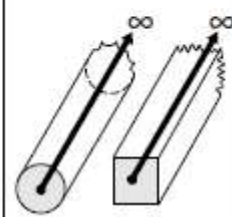
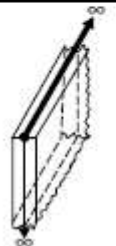
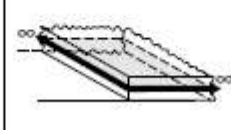
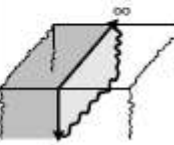
$$U(tx, ty, tz) = t^n \cdot U(x, y, z)$$

$$x \frac{\partial U}{\partial x} + y \frac{\partial U}{\partial y} + z \frac{\partial U}{\partial z} = n \cdot U$$

$$(x - \xi) \frac{\partial \Delta T}{\partial x} + (y - \eta) \frac{\partial \Delta T}{\partial y} + (z - \zeta) \frac{\partial \Delta T}{\partial z} = n \cdot \Delta T = N \cdot (T - T_r)$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 欧拉反褶积

EULER Structural index N for simple sources		POINT DIPOLE	POINT POLE	LINE DIPOLES	LINE POLES	SHEET DIPOLES	SHEET POLES
		PD	PP	LD	LP	SD	SP
							
MAGNETIC & GRAVITY MODELS		SPHERE	VERT CYLINDER	HORIZ CYLINDER	VERT SHEET	HORIZ SHEET SEMI- ∞ SLAB	CONTACT (INTERFACE)
		PT. MASS	VERT ROD	HORIZ ROD LINE MASS	THIN DIKE	FAULT (SMALL THROW)	
M A G	FIELD	3	2	2	1	1	0
	1st DERV	4	3	3	2	2	1
	2nd DERV	5	4	4	3	3	2

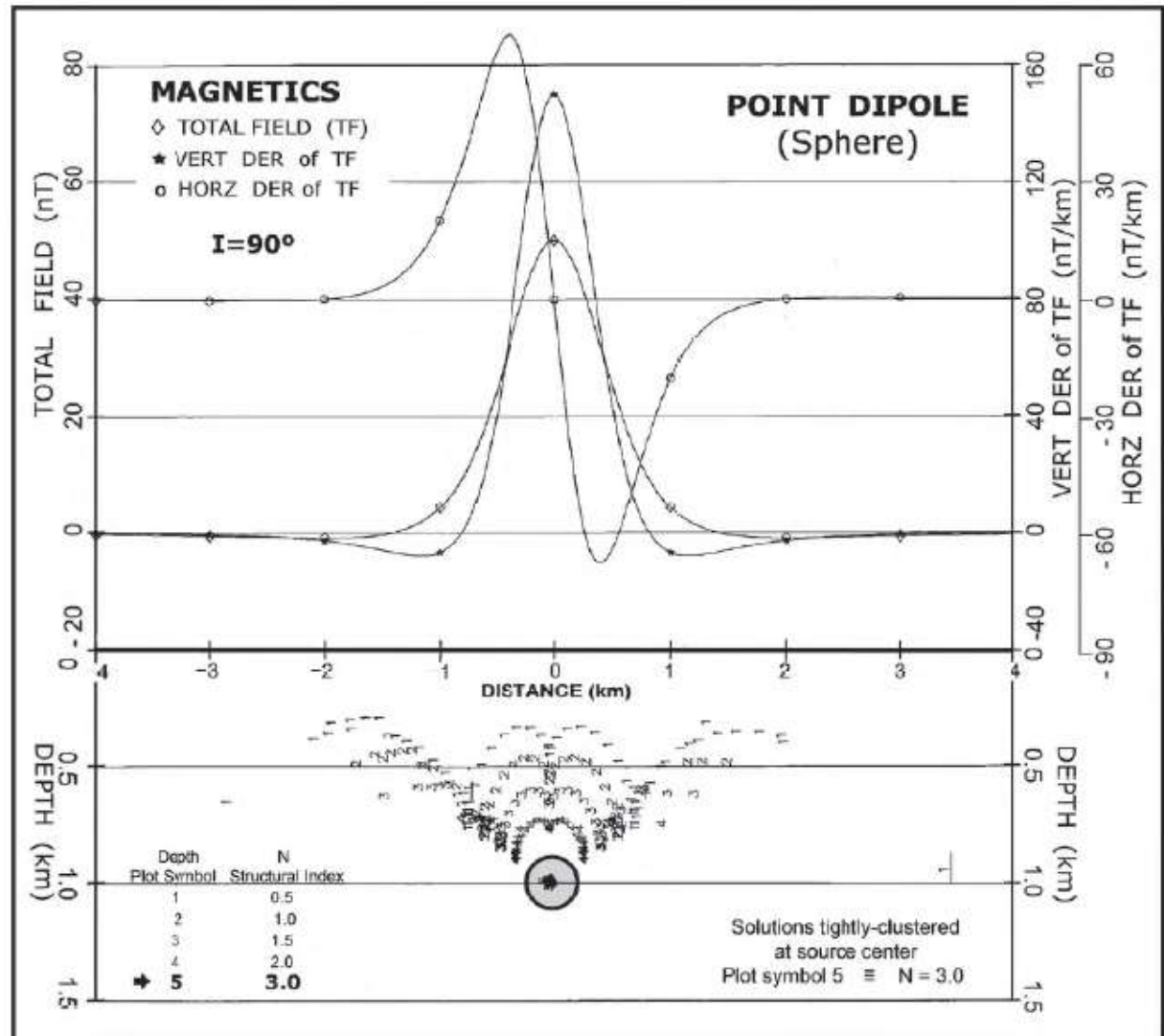
简单形体的结构指数 N

2. 磁异常的处理与转换

■ 欧拉反褶积

球体磁异常

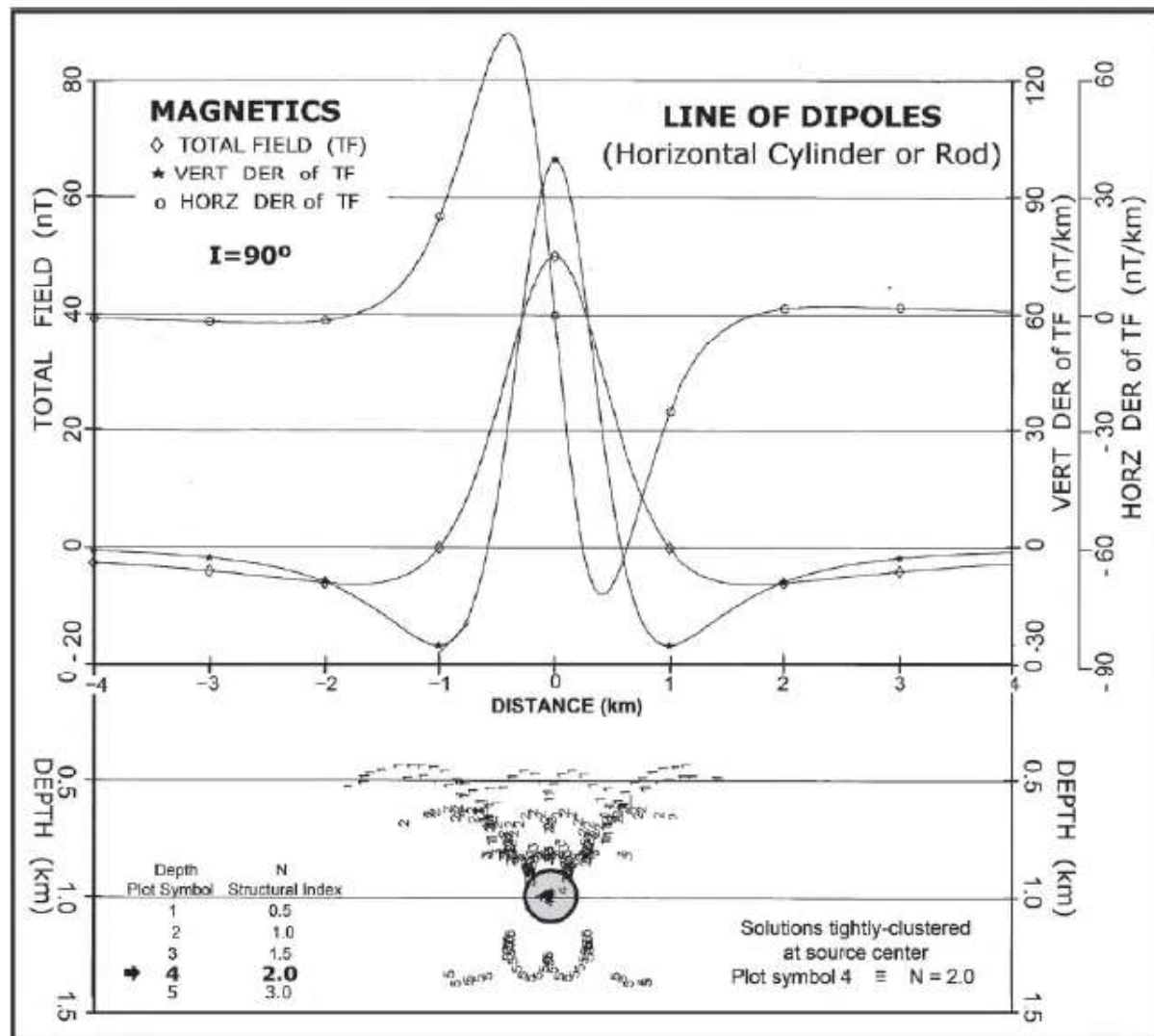
欧拉反褶积



2. 磁异常的处理与转换

■ 欧拉反褶积

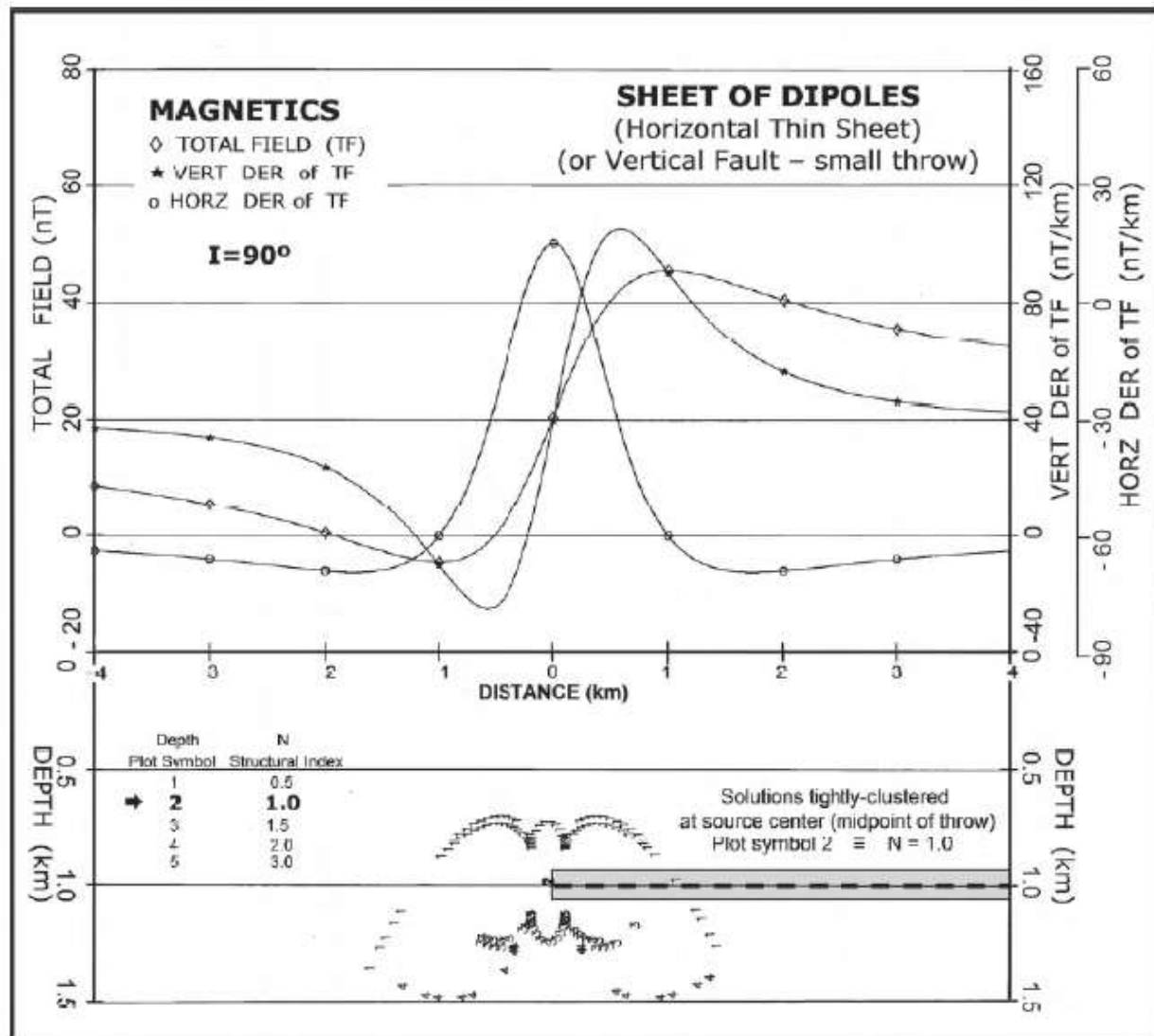
水平圆柱体
磁异常欧拉
反褶积



2. 磁异常的处理与转换

■ 欧拉反褶积

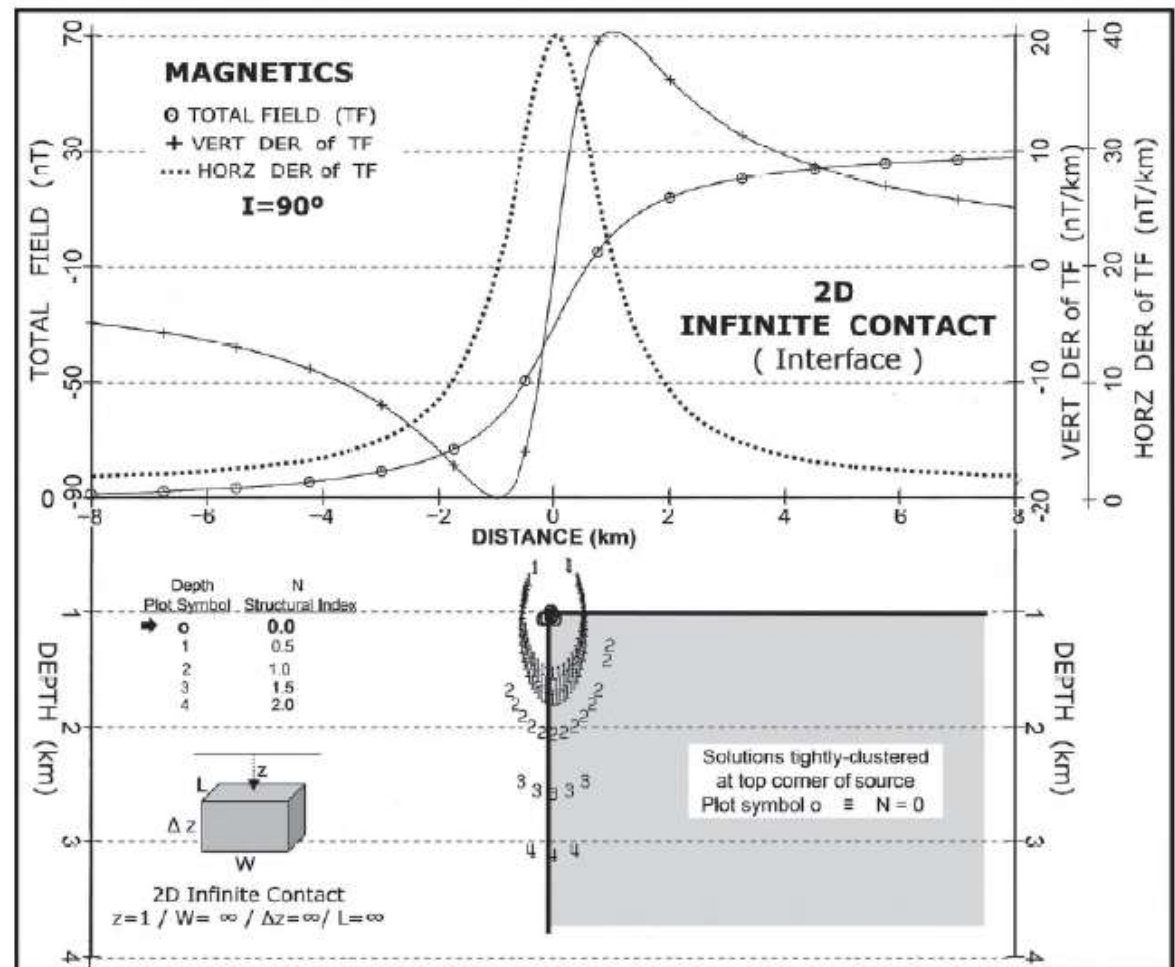
水平薄层磁
异常欧拉反
褶积



2. 磁异常的处理与转换

■ 欧拉反褶积

垂直断层磁
异常欧拉反
褶积



2. 磁异常的处理与转换

■ 频率域方法

频率域数据处理的一般流程



空间域和频率域方法各自的优缺点？



2. 磁异常的处理与转换

■ 频率域方法

二维傅里叶变换 (FFT)

$$S_T(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} T(x, y) e^{-2\pi i(ux+vy)} dx dy$$

$$T(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_T(u, v) e^{2\pi i(ux+vy)} du dv$$

实测数据是离散的，测区范围是有限的，实际数据处理常采用离散傅式变换

$$S_T(u, v) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} T(x, y) e^{-2\pi i(um/M + vn/N)}$$

$$T(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} S_T(u, v) e^{2\pi i(um/M + vn/N)}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 频率域方法

$$S_T(u, v) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} T(x, y) e^{-2\pi i (um/M + vn/N)}$$

$$T(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} S_T(u, v) e^{2\pi i (um/M + vn/N)}$$

u 和 v 分别为X和Y方向的轴向角频率;

$\sqrt{u^2 + v^2}$ 为XOY的径向角频率;

$$u = M \Delta x = M \frac{1}{L_x}, v = N \Delta y = N \frac{1}{L_y}$$

FFT变换的性质

✓ 叠加性

✓ 频移性

$$S_{Tx_0}(\omega) = e^{-i\omega x_0} S_T(\omega)$$

$$S_{T\omega_0}(\omega) = S_T(\omega - \omega_0)$$

$$S_{Tx}^n(u, v) = (i\omega)^n S_T(u, v)$$

$$S_{Ty}^n(u, v) = (iv)^n S_T(u, v)$$

✓ 微分性质

$$S_{xy}^{n,m}(u, v) = (i\omega)^n (iv)^m S_T(u, v)$$

✓ 褶积性质

$$T(x) = T_1(x) * T_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} T_1(\xi) T_2(x - \xi) d\xi$$

$$S_T(\omega) = S_{T_1}(\omega) \cdot S_{T_2}(\omega)$$

✓ 能量公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} |T(x)|^2 dx = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |S_T(\omega)|^2 d\omega$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 频率域方法

$$\Delta T(x, y) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial}{\partial l} \frac{m}{\left\{ (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2 \right\}^{1/2}}$$

$$\Delta \tilde{T}(u, v) = \frac{\mu_0}{4\pi} m \cdot q_t \cdot q_l \frac{e^{2\pi(z - \zeta)\sqrt{u^2 + v^2}}}{\sqrt{u^2 + v^2}} e^{-i2\pi(u\xi + v\eta)}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 频率域方法

$$\Delta \tilde{T}(u, v) = A \bullet H(u, v, h) \bullet M(u, v; l, m, n; l_0, m_0, n_0) \\ \bullet S(u, v; a, b) \bullet D(u, v; \xi, \eta)$$

深度因子，方向导数因子，水平宽度因子，位移因子

$$H(u, v, h) = e^{-h\sqrt{u^2+v^2}}$$

$$M(u, v, h) = [i(lu + mv) + n\sqrt{u^2 + v^2}] \bullet [i(l_0u + m_0v) + n_0\sqrt{u^2 + v^2}]$$

$$S(u, v, a, b) = \frac{2}{u} \sin\left(\frac{au}{2}\right) \frac{2}{v} \sin\left(\frac{bv}{2}\right)$$

$$D(u, v, \xi, \eta) = e^{-i(u\xi + v\eta)}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 频率域方法

以向上延拓为例

$$\text{已知: } \Delta T_1(u, v) \leftrightarrow H_1(u, v; h_1)$$

$$\text{求解: } \Delta \tilde{T}_2(u, v) \leftrightarrow H_2(u, v; h_2)$$

$$H_1(u, v; h_1) = e^{-h_1 \sqrt{u^2 + v^2}}$$

$$H_2(u, v; h_2) = e^{-h_2 \sqrt{u^2 + v^2}}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 频率域方法

以向上延拓为例

$$\frac{\Delta \tilde{T}_1}{\Delta \tilde{T}_2} = \frac{H_1}{H_2} = e^{-(h_1 - h_2)\sqrt{u^2 + v^2}}$$
$$\Rightarrow \Delta \tilde{T}_2 = \Delta \tilde{T}_1 \cdot e^{-(h_2 - h_1)\sqrt{u^2 + v^2}}$$

$$\Delta \tilde{T}(u, v) = A \cdot H(u, v, h) \cdot M(u, v; l, m, n; l_0, m_0, n_0) \\ \cdot S(u, v; a, b) \cdot D(u, v; \xi, \eta)$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 频率域方法

以向上延拓为例


$$\begin{aligned}\Delta T_1(x, y) &\xRightarrow{FFT} \Delta T_1(u, v) \\ \Delta T_1(u, v) \cdot e^{-\Delta h \sqrt{u^2 + v^2}} &\Rightarrow \Delta T_2(u, v) \\ \Delta \tilde{T}_2(u, v) &\xRightarrow{IFFT} \Delta T_2(x, y)\end{aligned}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 频率域方法

延拓算子 $e^{-\Delta h \sqrt{u^2 + v^2}}$

$$\Delta \tilde{T} \rightarrow \tilde{Z}_a : \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{i(u \cdot l_0 + v \cdot m_0) + n_0 \sqrt{u^2 + v^2}}$$

分量换算 $\Delta \tilde{T} \rightarrow H_{ax} :$
$$\frac{i u}{i(u \cdot l_0 + v \cdot m_0) + n_0 \sqrt{u^2 + v^2}}$$

$$\Delta \tilde{T} \rightarrow H_{ay} : \frac{i v}{i(u \cdot l_0 + v \cdot m_0) + n_0 \sqrt{u^2 + v^2}}$$

化磁极 $\Delta \tilde{T} \rightarrow \tilde{Z}_{a\perp} :$
$$\frac{u^2 + v^2}{\left[i(u \cdot l + v \cdot m) + n \sqrt{u^2 + v^2} \right]^2}$$

2. 磁异常的处理与转换

■ 频率域方法

导数算子

x方向: $(iu)^n$

y方向: $(iv)^n$

z方向: $(u^2 + v^2)^{n/2}$

任意方向: $i(u \cos \alpha + v \cos \beta) + \cos \gamma \sqrt{u^2 + v^2}$

磁源重力异常:

$$\tilde{Z}_a \rightarrow \Delta \tilde{g}: \quad \frac{4\pi G \sigma}{\mu_0 M} \frac{1}{[i(lu + mv) + n\sqrt{u^2 + v^2}]}$$

$$\tilde{Z}_{a\perp} \rightarrow \Delta \tilde{g}: \quad \frac{4\pi G \sigma}{\mu_0 M \sqrt{u^2 + v^2}}$$

目 录

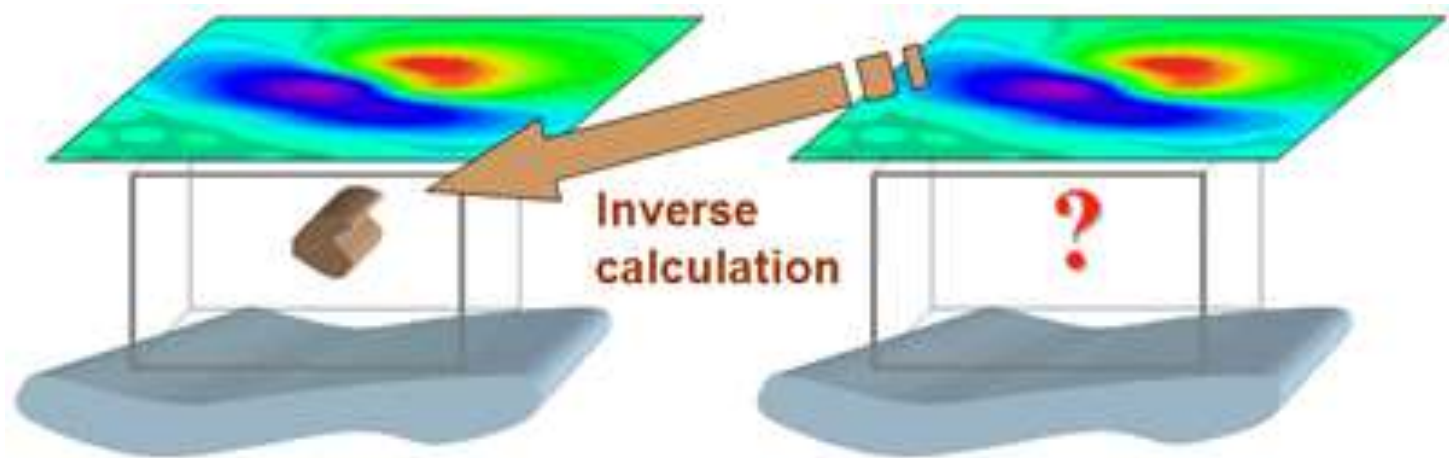
地磁部分章节

第三章 磁力资料处理与正反演

1. 磁性体正演
2. 磁异常的处理与转换
3. 磁异常的反演

3. 磁异常的反演

已知**磁场的空间分布**，确定其对应的地下**场源分布**状态（如磁性体**位置、形状、产状**）及**磁性参数**（如磁化率、磁化强度大小和方向）的过程称为磁异常反演。



3. 磁异常的反演

在磁异常解释中存在以下两个较为普遍的问题：

□ 场源体非均匀磁化问题

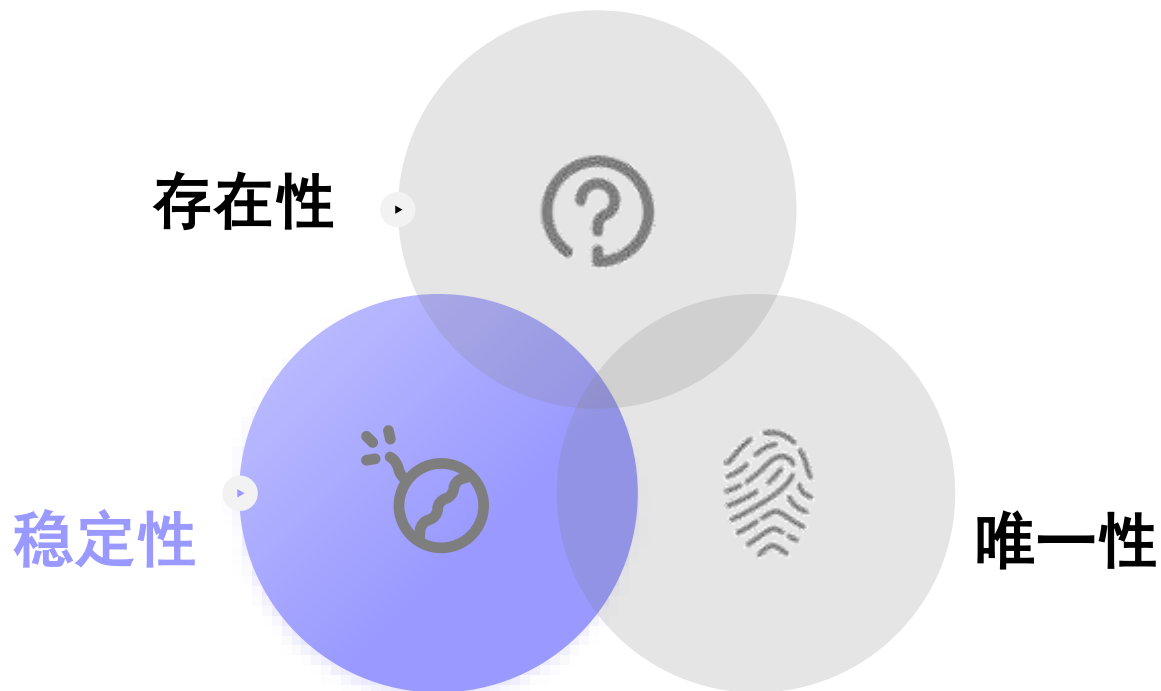
自然界中因场源所处的地质、地球物理环境不同，其非均匀磁化是普遍现象。通常对具有一定埋深的场源在反演解释过程中假设其为均匀磁化。

□ 多解性问题

地球物理勘探反演解释中共同存在的问题，其中以磁异常的反演多解性更为复杂。因为决定磁异常特征的两个主要因素是场源的形态以及磁化场的大小、方向。当这些因素不同的组合时可以获得相同的磁异常分布特征。

3. 磁异常的反演

■ 解的适定性



3. 磁异常的反演

■ 解的适定性——存在性

$$6 = x + y$$

$$8 = 3x + 5y$$

$$10 = x + 6y$$

$$6 = x + y$$

$$6 = x + y$$

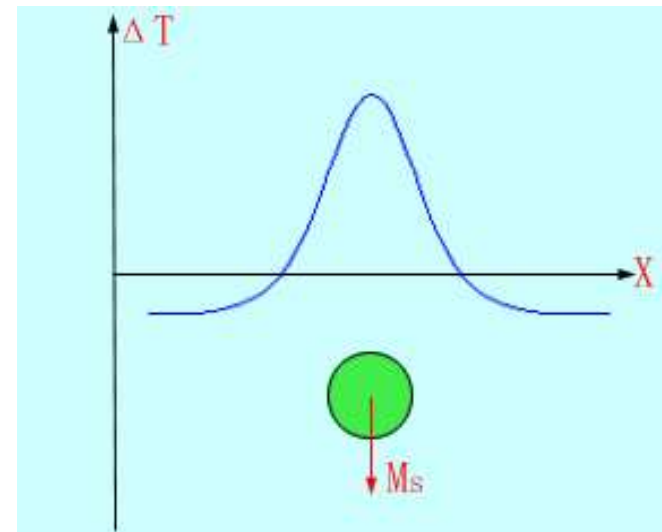
$$8 = 3x + 5y$$

3. 磁异常的反演

■ 解的适定性——唯一性

磁矩相同，中心埋深相同的大球与小球产生相同的磁异常

为什么相同磁矩、相同中心埋深的大小球会产生相同异常？



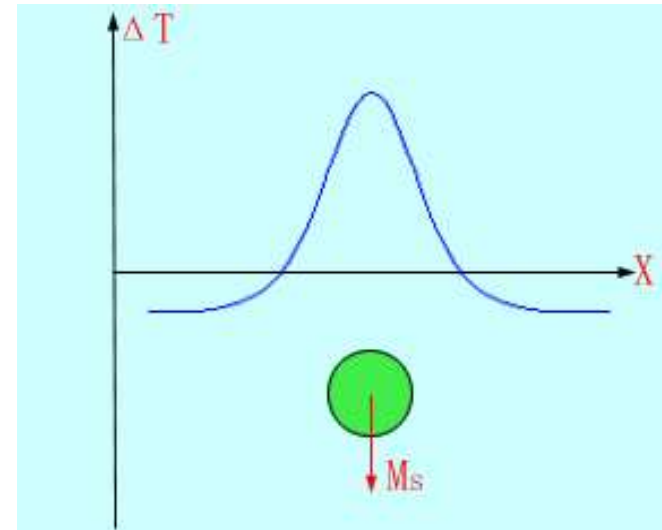
3. 磁异常的反演

■ 解的适定性——唯一性

磁矩相同，中心埋深相同的大球与小球产生相同的磁异常

$$Z_a = \frac{\mu_0 \bullet m_s}{4\pi (x^2 + H^2)^{5/2}} (2H^2 - x^2)$$

$$\Delta T = Z_a$$



$$\mathbf{m}_s = \mathbf{M}_s \cdot V$$

3. 磁异常的反演

■ 解的适定性——唯一性

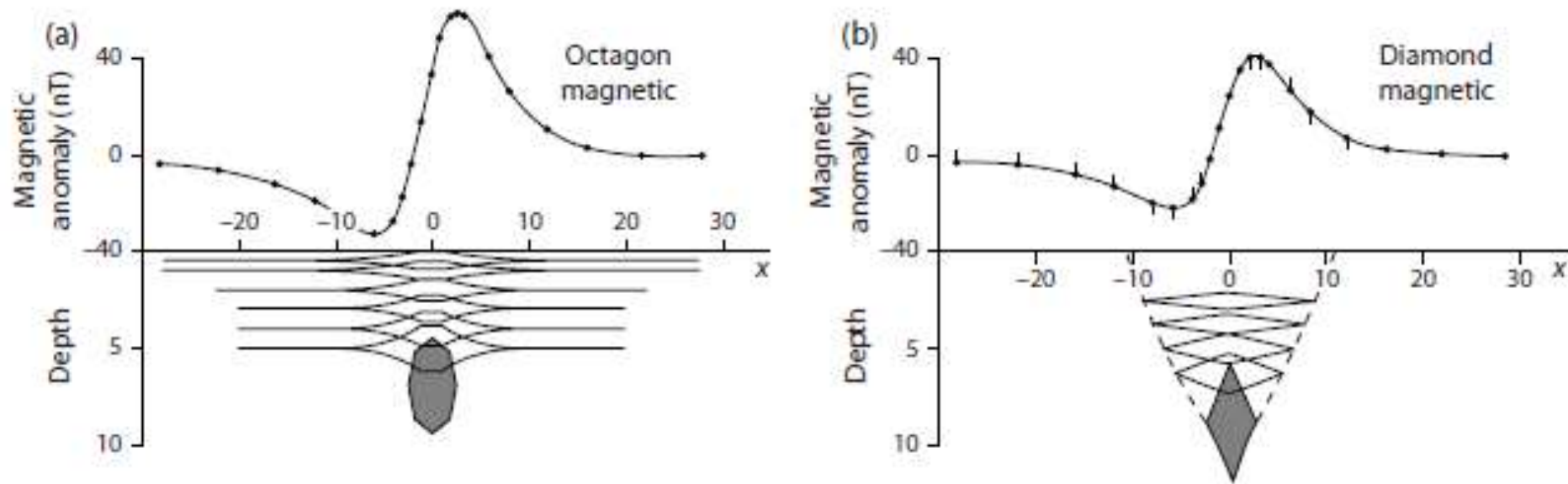
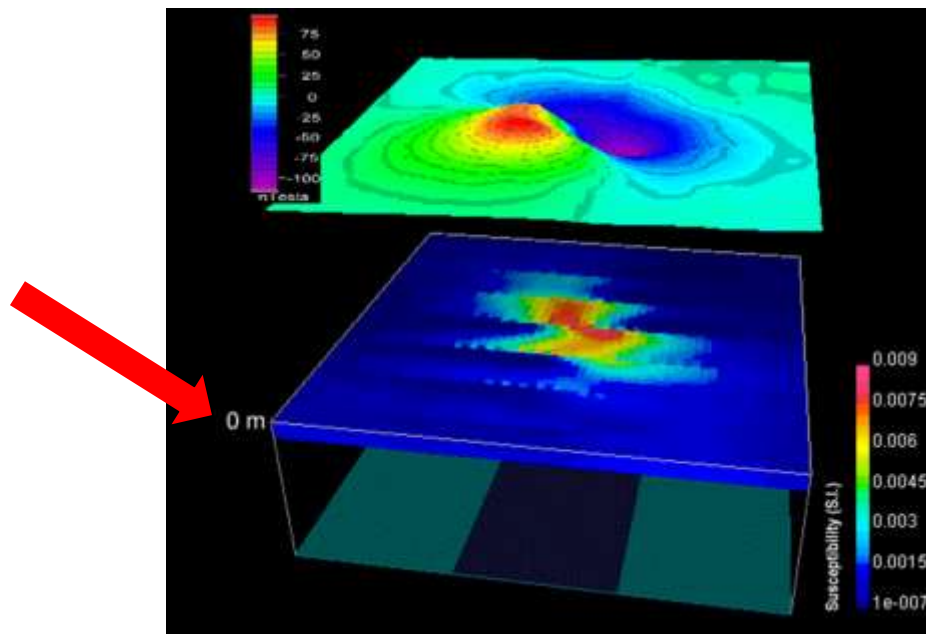


FIGURE 13.1 Equivalent total magnetic anomaly profiles at 60° geomagnetic field inclination derived from multiple sources shallower than an octagonal horizontal prism (a) and a diamond shaped horizontal prism (b). Adapted from JOHNSON and VAN KLINKEN (1979).

3. 磁异常的反演

■ 解的适定性——唯一性

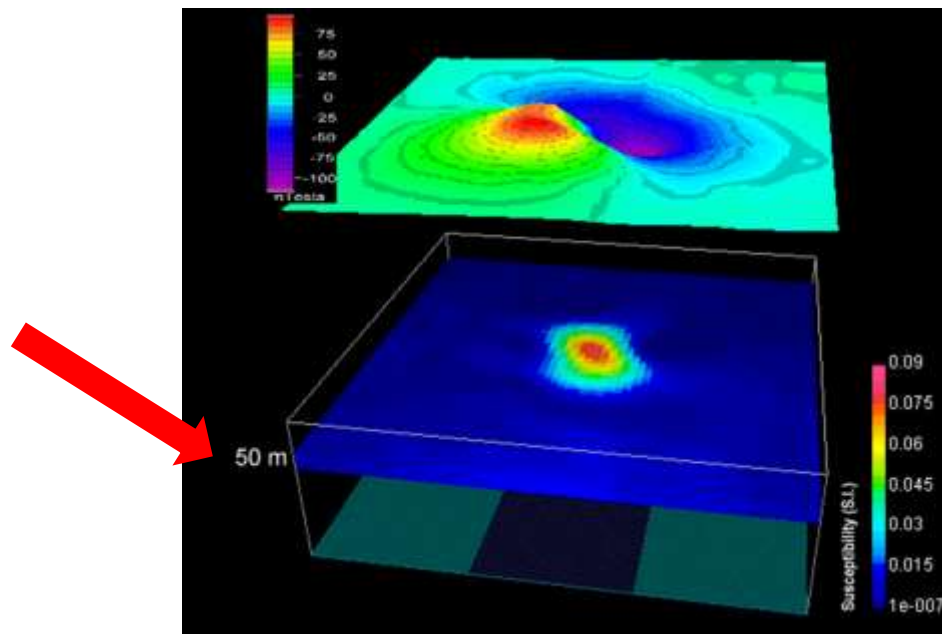
不同深度的磁化率层可以产生形态相似的磁异常。



3. 磁异常的反演

■ 解的适定性——唯一性

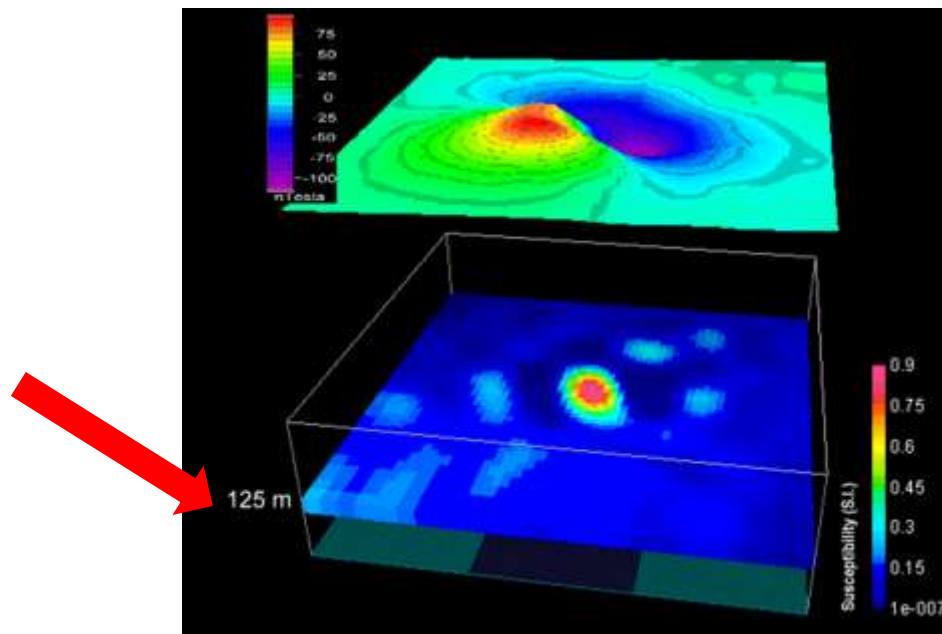
不同深度的磁化率层可以产生形态相似的磁异常。



3. 磁异常的反演

■ 解的适定性——唯一性

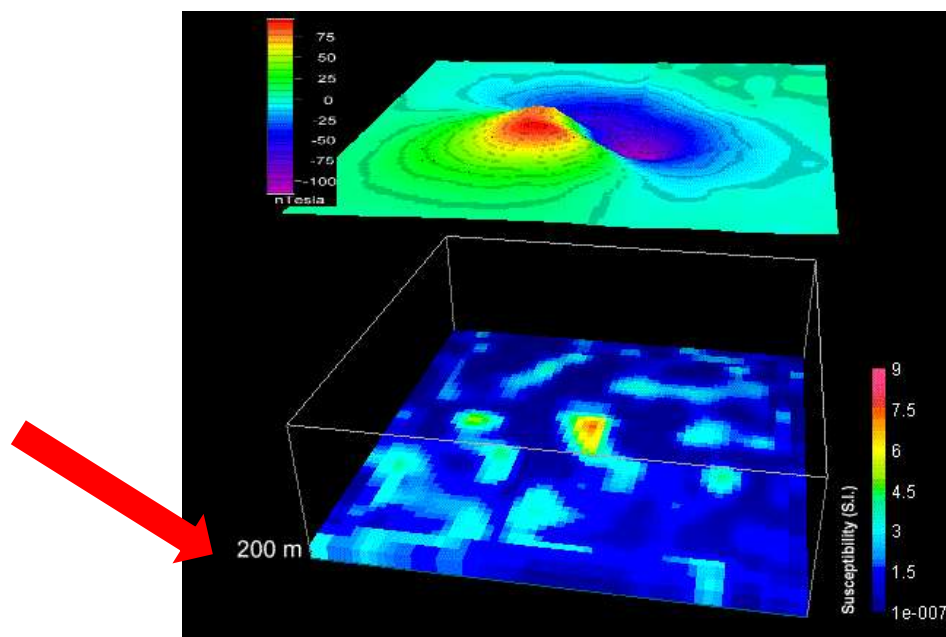
不同深度的磁化率层可以产生形态相似的磁异常。



3. 磁异常的反演

■ 解的适定性——唯一性

不同深度的磁化率层可以产生形态相似的磁异常。



磁数据反演存在多解性

3. 磁异常的反演

■ 解的适定性——稳定性

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3.0001 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4.0001 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2.9999 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4.0002 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -2 \\ 10 \end{pmatrix}$$

3. 磁异常的反演

■ 解的适定性——稳定性

设线性方程组 $\mathbf{A}x = \mathbf{b}$,
其中 b 有小扰动 Δb ,
得到解 $x + \Delta x$

$$\mathbf{A}(x + \Delta x) = \mathbf{b} + \Delta b$$

$$\mathbf{A}\Delta x = \Delta b$$

$$\Delta x = \mathbf{A}^{-1} \Delta b$$

3. 磁异常的反演

■ 简单规则形体的反演

简单规则磁性体的磁异常反演，大多以磁场解析表达式为基础

→ 几何形状及磁性参数与磁异常分布特征之间的关系式

主要方法：特征点法、切线法、选择法

优点：简单易实现

缺点：依赖模型，结果受人为因素影响

3. 磁异常的反演

■ 简单规则形体的反演

一、特征点法

利用磁异常曲线上**某些特征值**，如极大值、半极值、1/4极值，拐点，零值点及极小值等**坐标位置和坐标之间的距离**，求解磁源体参量（位置、产状）的方法称为特征点法。

其**实质**就是求解出不同形状磁性体磁场解析式的特征点与该形体参量间的关系式，然后由异常曲线上读取各个特征值代入相应关系式求得反演结果。

球体

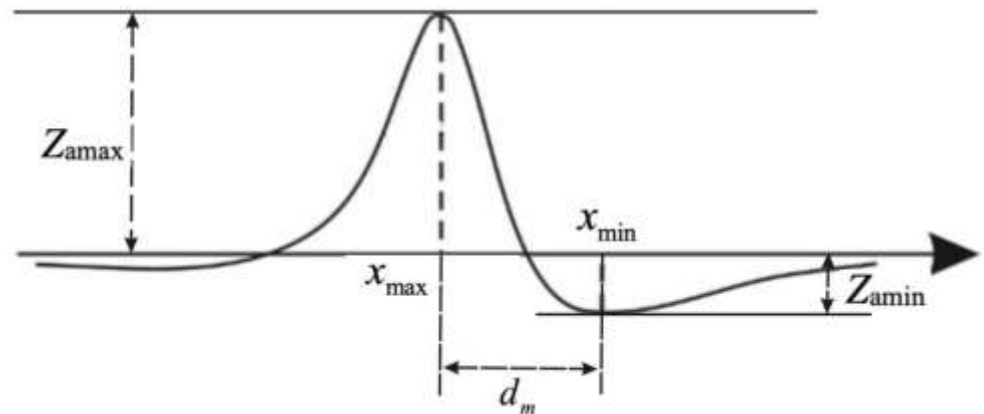
球体的磁场表达式（通过原点的中心剖面，或称主剖面）：

$$Z_a = \frac{\mu_0 m_s}{4\pi(x^2 + R^2)^{5/2}} [(2R^2 - x^2) \sin i_s - 3Rx \cos i_s]$$

$\frac{\partial Z_a}{\partial x} = 0 \rightarrow$ 三个根对应其极值的横坐标，其中**极大值**坐标 $x_{\max}$ 和一个**明显的极小值**坐标 $x_{\min}$ 之间距离 d_m

$$d_m = x_{\min} - x_{\max} = \frac{1}{f} R$$

R-球体中心埋深！



球体

利用斜磁化球体 Z_a 的极值坐标可得：

$$R = d_m f = \frac{X_{\min} - X_{\max}}{4 \sin \frac{\phi}{3} \sqrt{1 + \frac{4}{3} \cot^2 i_s}}$$

$$f = \frac{1}{(4 \sin \frac{\phi}{3} \sqrt{1 + \frac{4}{3} \cot^2 i_s})}$$

$$\phi = \arccos \left[\left(\frac{64}{27} \cot^3 i_s + \frac{13}{6} \cot i_s \right) \left(\frac{4}{3} + \frac{16}{9} \cot^2 i_s \right)^{-3/2} \right]$$

球体

将极大值点坐标 $x_{\max}$ 带入 Z_a 表达式中，可求得截面磁矩：

$$m_s = \frac{2\pi R^3 Z_{a \max}}{\mu_0 \phi}$$

令 $K = \frac{|Z_{a \min}|}{Z_{a \max}}$ ， K 、 f 、 ϕ 都是 i_s 的函数，根据不同 i_s 计算这些

函数关系式的值，制成下表。

i_s	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
K	1.00	0.53	0.29	0.15	0.10	0.04	0.02
f	1.00	0.98	0.92	0.83	0.72	0.61	0.50
ϕ	0.43	0.56	0.70	0.82	0.92	0.98	1.00

球体

解反演问题时，由实测异常曲线上取得 d_m 和极值比 K ，并由 K 值在表中查的 i_s ， f 及 ϕ 值，分别代入下式求得 R 和 m_s 。

$$R = d_m f$$
$$m_s = \frac{2\pi R^3 Z_{a \max}}{\mu_0 \phi}$$

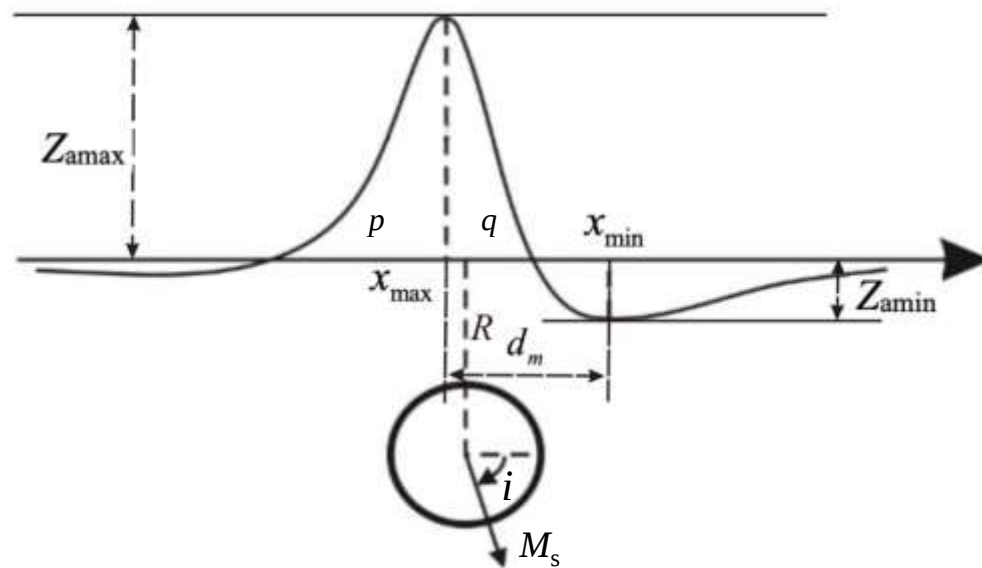
若已知截面磁化强度 M_s ，则又可以求得球体的中心剖面内最大截面 S ，进一步求得球体的体积。

球体

当 $i_s > 60^\circ$ 时，也可以用零值点特征线段来求解，

$$R = \frac{\sqrt{2}}{2} [p \cdot q - 0.11(p \cdot q)^2]^{1/2} \quad x_{\max} = \frac{p - q}{10}$$

式中 p ， q 分别为异常极大值对应的横坐标点至两侧零值点坐标间的特征线段。



球体

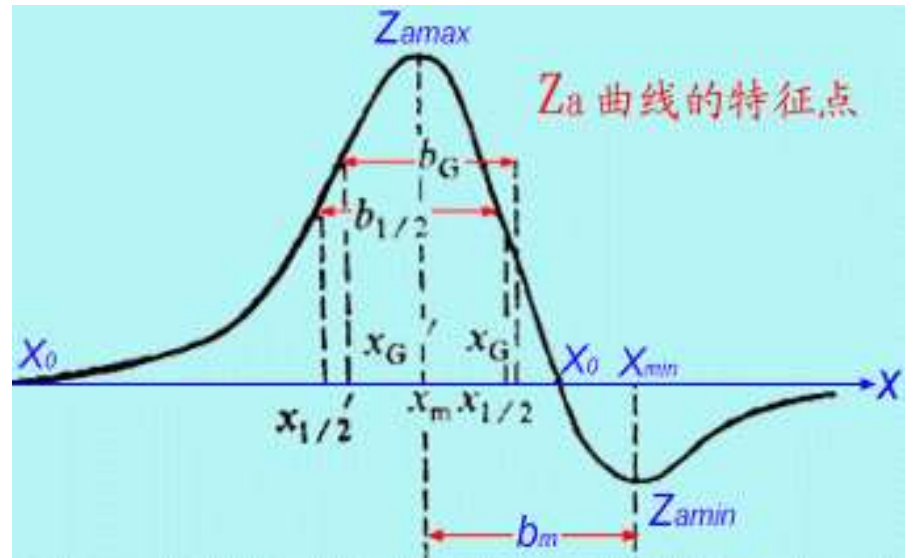
补充方法：

球体的中心埋深 R 近似为：

$$R = b_{1/2} = 1.25b_G$$

$b_{1/2}$ 为二分之一极值的宽度；

b_G 为两拐点之间距离



3. 磁异常的反演

■ 简单规则形体的反演

二、经验切线法

利用异常曲线某些特征点（包括极大、极小、拐点等）

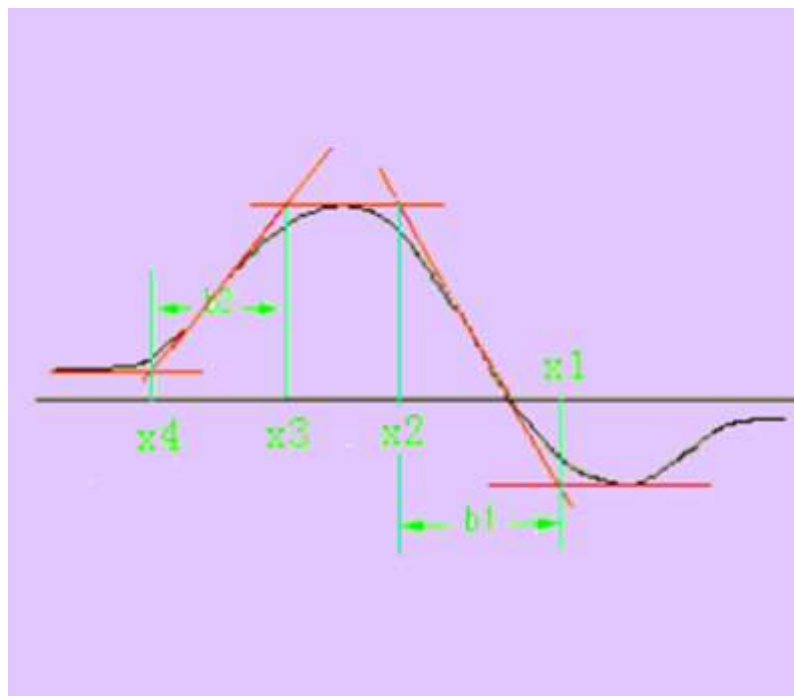
的切线之间的交点坐标间的关系来计算磁性体位置和产状

要素的方法。具有方法简便，受正常场选择影响小的优点。

在航磁异常的定量解释中曾得到广泛应用。

3. 磁异常的反演

■ 简单规则形体的反演



对 ΔT 或 Z_a 曲线作5条切线：3条水平切线通过极大值点与极小值点，2条切线通过曲线拐点，它们相交于4点，横坐标为 x_1 ， x_2 ， x_3 和 x_4 ，则磁性体埋深为：

$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{b_1 + b_2}{2} \right)$$

经验公式

3. 磁异常的反演

■ 简单规则形体的反演

由理论曲线进行实际计算结果表明：

经验法对顺层磁化无限埋深的板状体（ $b=h$ 时），垂直磁化有限沿深直立板状体（当 $b=h$ ， $2l<h$ 时）一般能获得较好的效果。而对于三度体及其他二度体效果较差。

为了提高切线法的计算精度，并有获得多参数求解，经理论研究，提出了针对各种形状和斜磁化条件下的表达式，解得带校正系数的切线法。

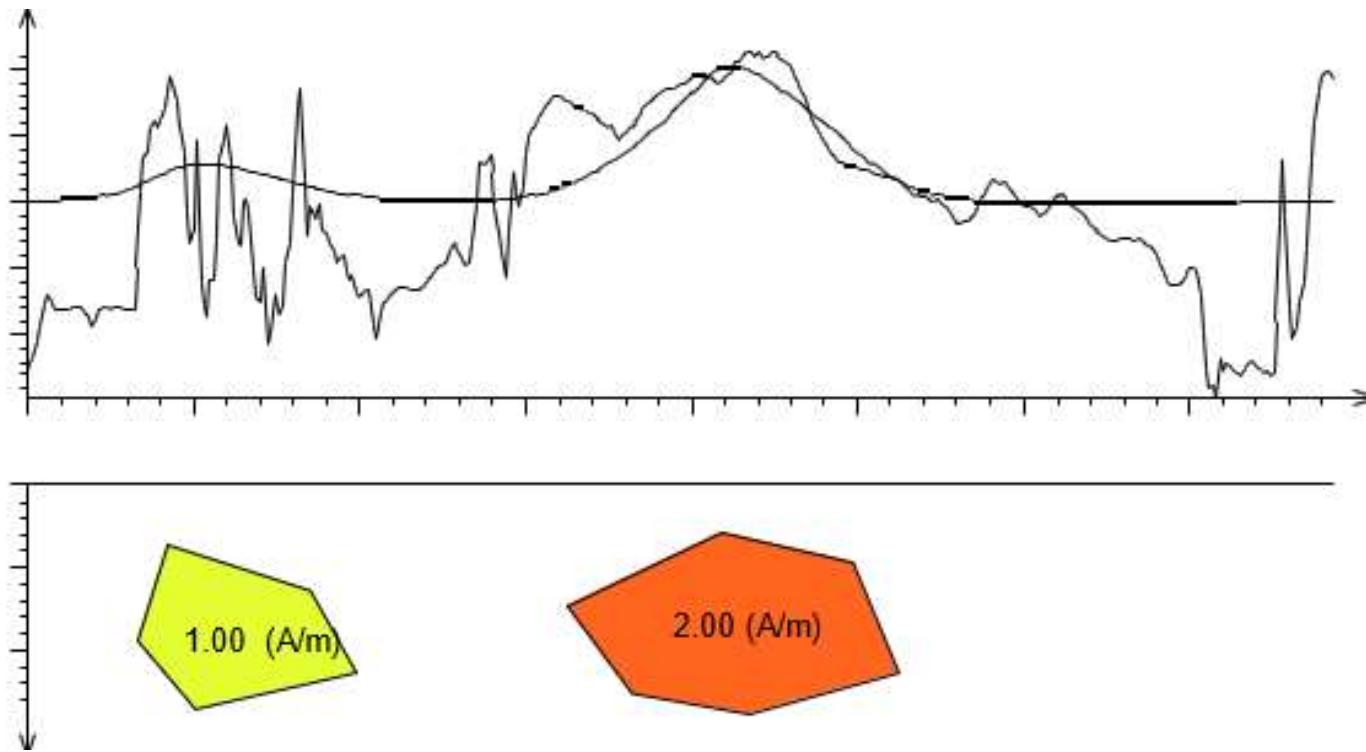
一般情况（ k 为校正系数，不同形体取不同值）：
$$h = k \left(\frac{d_1 + d_2}{2} \right)$$

磁体形状	条件	k
无限延深厚板 ($\alpha = i$)	$2b > h$	0.34~0.45
	$2b = h$	0.55
	$2b = 0.2h$	0.65
无限延深薄板	$\alpha - i = 90^\circ$	0.41
	$\alpha - i = 45^\circ$	0.56
	$\alpha - i = 0^\circ$	0.65
水平圆柱体	$i = 30^\circ$	1.03
	$i = 45^\circ$	1.10
	$i = 90^\circ$	1.30
球体	$i = 40^\circ \sim 90^\circ$	1.30
	$i = 30^\circ$	1.40
	$i = 150^\circ$	2.30

3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

一、人机交互法

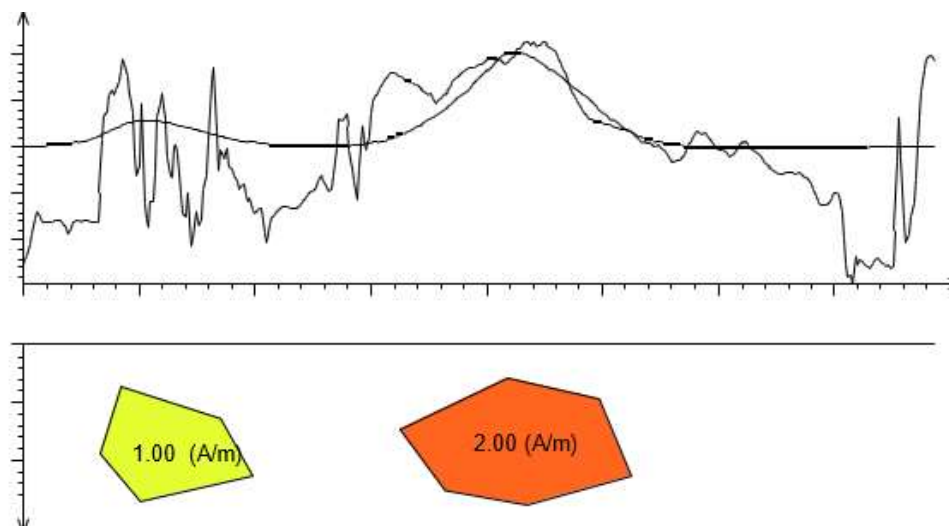


3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

一、人机交互法

不需要对异常进行圆滑，利用整条曲线和面积数据，受个别点影响小，**抗干扰能力强**。借助于计算机，实现交互，能充分发挥解释人员丰富的经验修改模型。



3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

一、人机交互法

步骤：

- a) 根据实测异常的分布和变化特征，结合地质和其它地球物理方法以及物性资料，提出**初始地质体模型**；
- b) 进行**正演计算，评价误差**；
- c) （根据**具体原则**）**修改模型**，再计算、评价误差；
- d) 反复进行，直至误差达到允许标准。

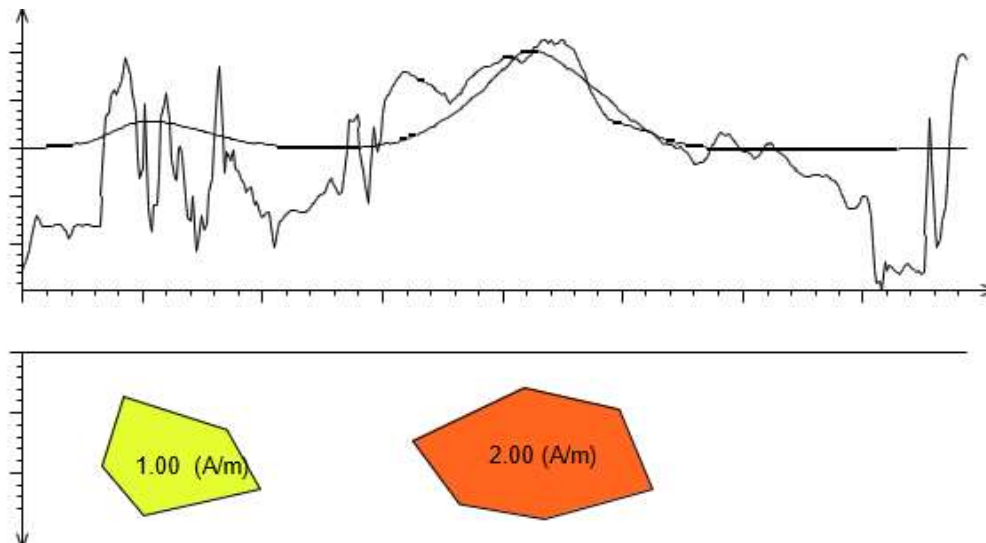
3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

一、人机交互法

其中修改模型有两种方式：

- ✓ 经验交互
- ✓ 最优化自动反演
(两者互为补充)



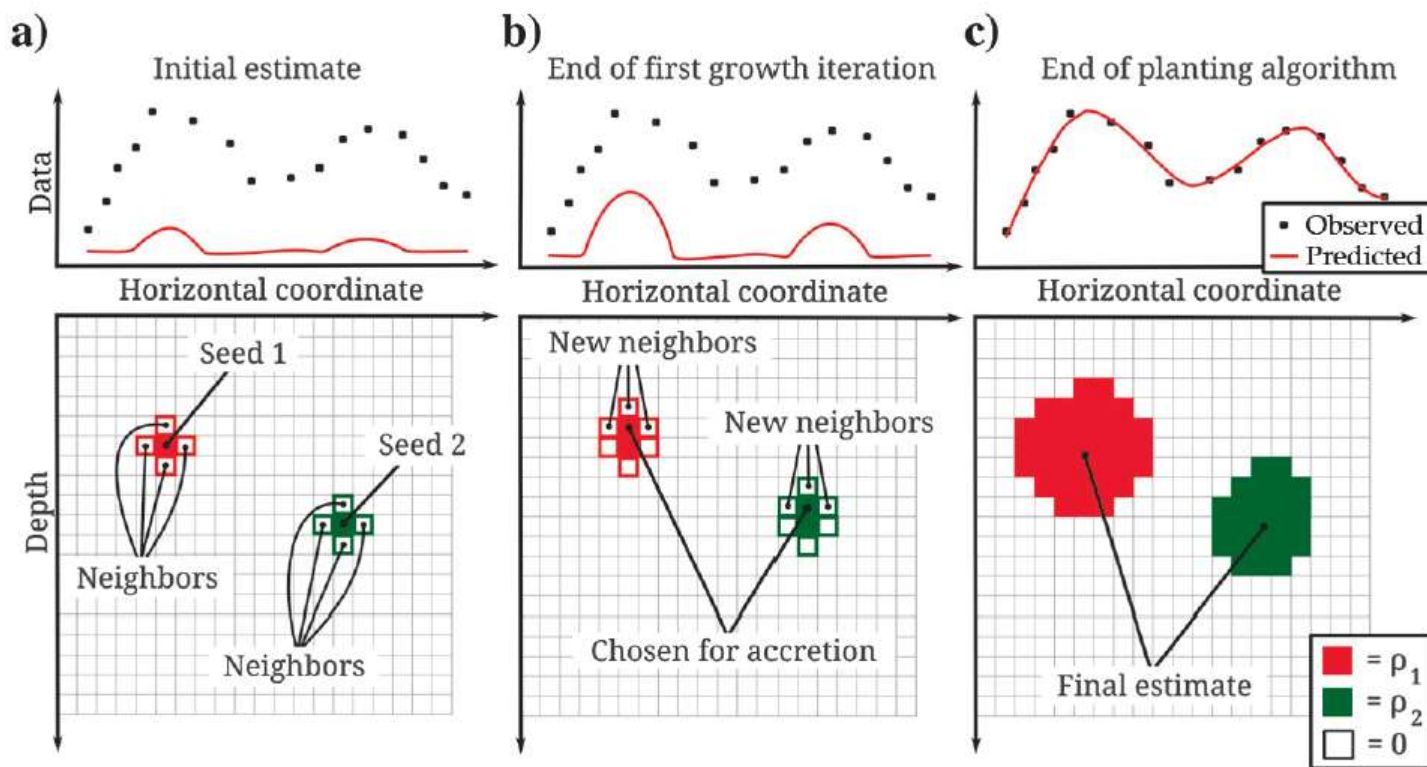
剖面0磁异常反演结果

3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

一、人机交互法

最优自动化



3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

一、人机交互法

方法特点：

- 1、利用平/剖面异常数据，受个别点影响小，抗干扰能力强；
- 2、能充分发挥解释人员丰富的经验修改模型；
- 3、由很多因素来决定。如复杂的地质条件、磁性参数不能完全由给定的有限条件来反映。要借助人对测区实际资料掌握程度，根据经验和技能来修改模型参量，计算机根据给定的约束条件和数据模式进行迭代计算。
- 4、最优化选择法可以利用计算机自动反演解释。但它是在给定的条件下，在最小二乘意义下的数学“最优解”，不一定满足实际地质情况。

3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

二、线性反演方法

将观测场与地下场源体的物性参数直接构成线性函数来求解

方法特点：

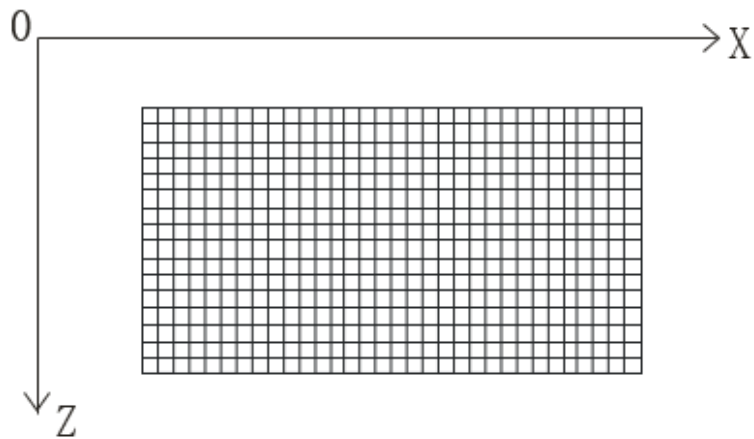
- 1、对地下场源体可以不作任何假设，如形状、产状等；
- 2、磁性特征可以任意变化，如磁化方向大小方向任意、是否均匀磁化；
- 3、反演不受地形影响；
- 4、适合复杂条件下的磁异常反演解释。

3. 磁异常的反演

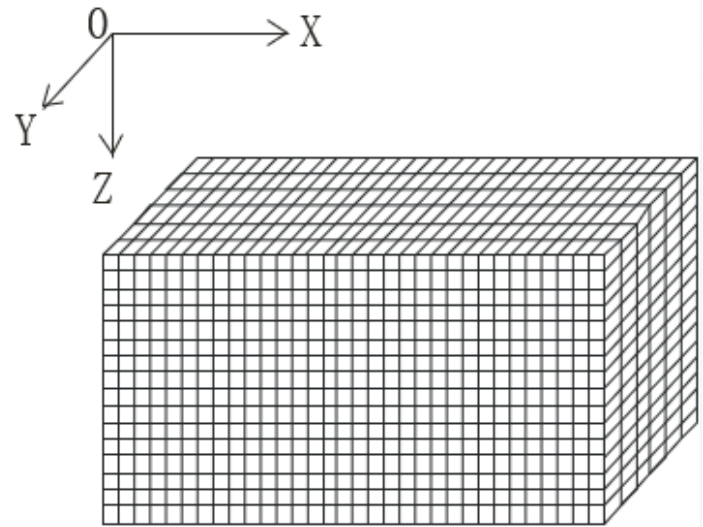
■ 复杂形体的反演

二、线性反演方法

$$\Delta T_i = \sum_{j=1}^M \sigma_j S_{ij}$$



(a) 二维场源剖分



(b) 三维场源剖分

地下场源区规则剖分示意图

3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

二、线性反演方法

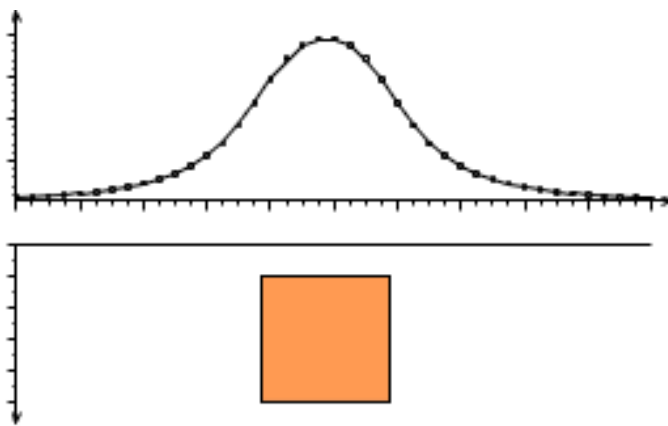
$$\Delta T_i = \sum_{j=1}^M \sigma_j S_{ij}$$

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\Delta T_i^{obs} - \Delta T_i^{pre} \right)^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\Delta T_i^{obs} - \sum_{j=1}^M \sigma_j S_{ij} \right)^2 \end{aligned}$$

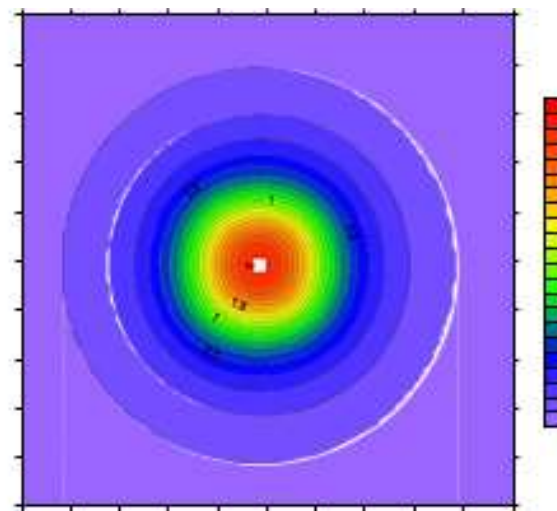
3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

二、线性反演方法



真实模型

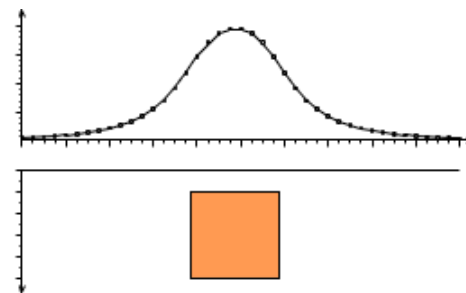


平面磁异常

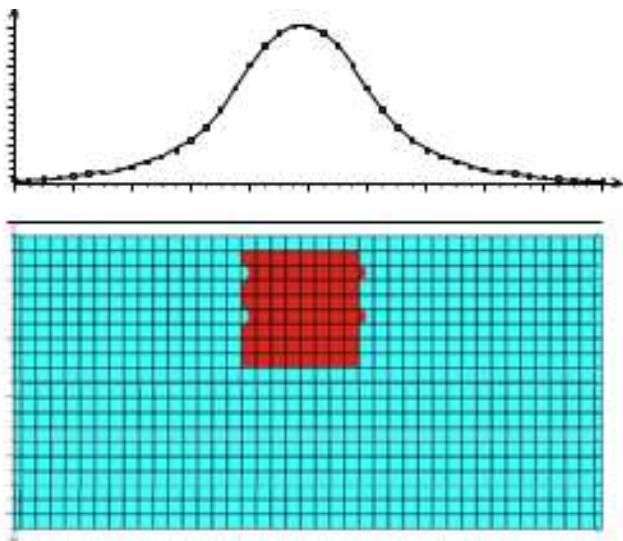
3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

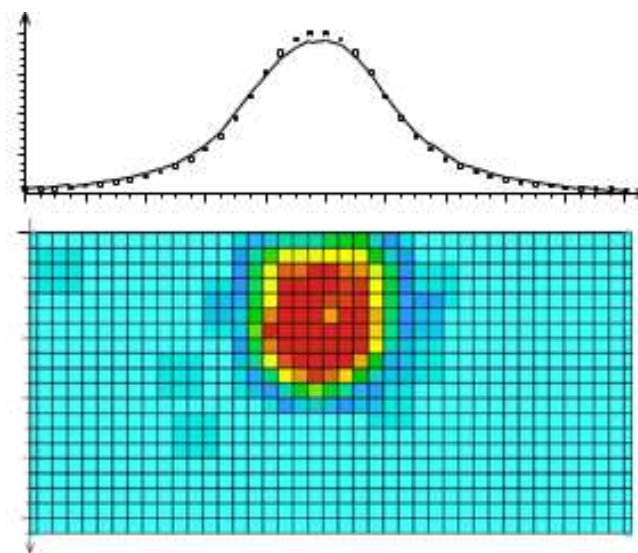
二、线性反演方法



真实模型



反演结果1

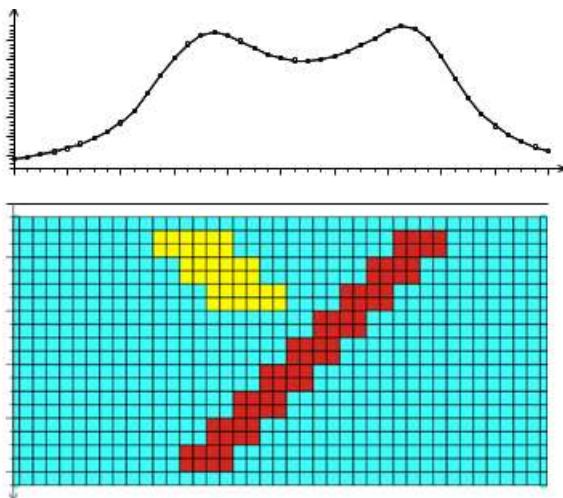


反演结果2

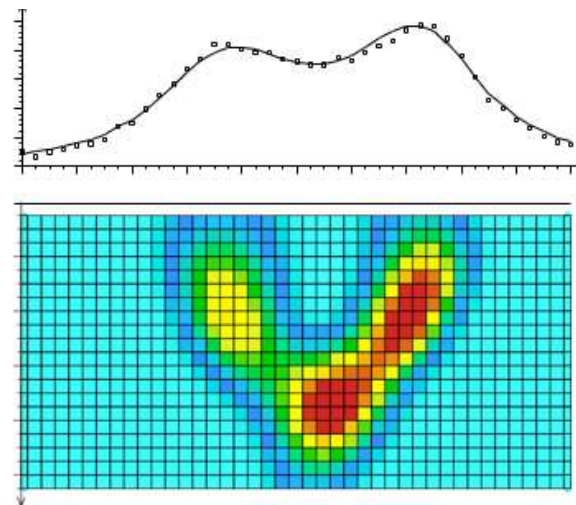
3. 磁异常的反演

■ 复杂形体的反演

二、线性反演方法



真实模型



反演结果

小节

- 磁性体的磁异常
- 数据处理与转换
- 磁数据的反演



课后习题

- 简单磁性体的正演方法
- 数据处理与转换的内容、目的
- 为什么要进行去噪处理
- 简单磁性体反演的方法及应用



课程结束

陈涛

